

விற்குப் பயன்படுகின்றன.

வரைபடங்கள் (Graphs)

புள்ளியியல் ஆய்வில் விளக்கப் படங்கள் வரைவது போல வரைபடங்கள் வரையப்படுகின்றன. வரைபடங்கள் புள்ளியியல் விவரங்களை சரியாக மற்றும் தெளிவாக காட்டுகின்றன. வரைபடங்கள் வரைவது எளிது ஆய்வுக்கும் வரைபடங்கள் அதிகமாக பயன்படுத்தப்பயன்படுகின்றன. காலம் சார் தொடர் வரிசை (Time Series) மற்றும் அலைவெண் பரவல் (Frequency distribution) ஆகியவைகளின் இயல்புகளைப் பற்றி அறிவதற்கு வரைபடங்கள் மிகவும் உதவியாக இருக்கின்றன.

வரைபடங்களின் வகைகள்: (Types of graphs) வரைபடங்கள் காலம்சார் தொடர்வரிசையின் (Time Series) இயல்புகளை விளக்குவதற்கும் நிகழ்வெண் பரவல்களை விளக்குவதற்கும் வரையப்படுகின்றன.

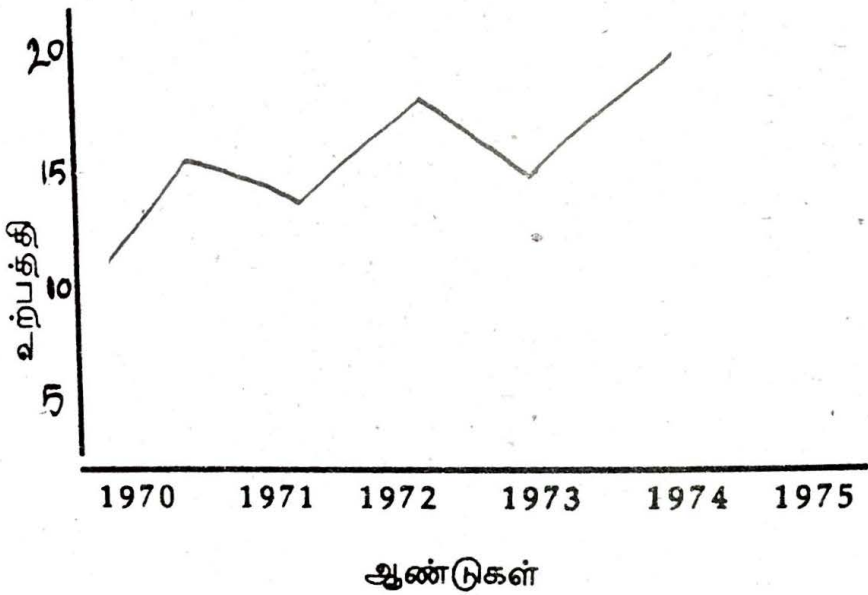
1. காலம் சார் தொடர் வரிசை-வரைபடம்: (Time Series graph) காலம் சார் தொடர் வரிசையின் இயல்புகளை விளக்குவதற்கு வரையப்படும் வரைபடங்கள் காலம்சார் தொடர் வரிசை வரைபடங்கள் எனப்படுகின்றன. இவ்வரைபடத்தில் X அச்சில் காலமும் Y அச்சில் மாறிகளின் மதிப்புகளும் குறிப்ப

பிடப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் உரிய மதிப்புகள் புள்ளிகளாக வரைபடத்தில் குறிக்கப்பட்டு அப்புள்ளிகள் கோடுகளால் இணைக்கப்படுகின்றன.

பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கான வரைபடம் வரைபடம் ஒன்று வரைபடத்தாளில் (Graph paper) வரைக.

| ஆண்டு | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| அரிசி உற்பத்தி (மில்லியன் டன்) | 10 | 15 | 12 | 18 | 15 | 20 |

X அச்ச 2 செ.மீ = ஒர் ஆண்டு
Y அச்ச 1 செ.மீ = 10 புள்ளிகள்



வரைபடங்கள் மூலம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் மதிப்புகளை குறிப்பிட்டு வரைந்து ஒப்பிட்டுப் பார்க்கலாம். உதாரணமாக இரு ஆண்டுகளில் கோதுமை உற்பத்தியினை குறித்து வரைபடம் வரைந்து இரண்டினையும் ஒப்பிட்டு அறியலாம்.

2. அலைவெண் பரவலை விளக்கும் வரைபடங்கள்: (Frequency graphs) 'ஒர் அலைவெண் பரவலை (Frequency distribution) விளக்கப்படமாக குறிப்பிடும் முறைக்கு அலைவெண் வரைபடம் என்று பெயர். இவற்றில் நான்கு வகைகள் உள்ளன. அவை

1. கோட்டுருவப் படம் (Line graph)

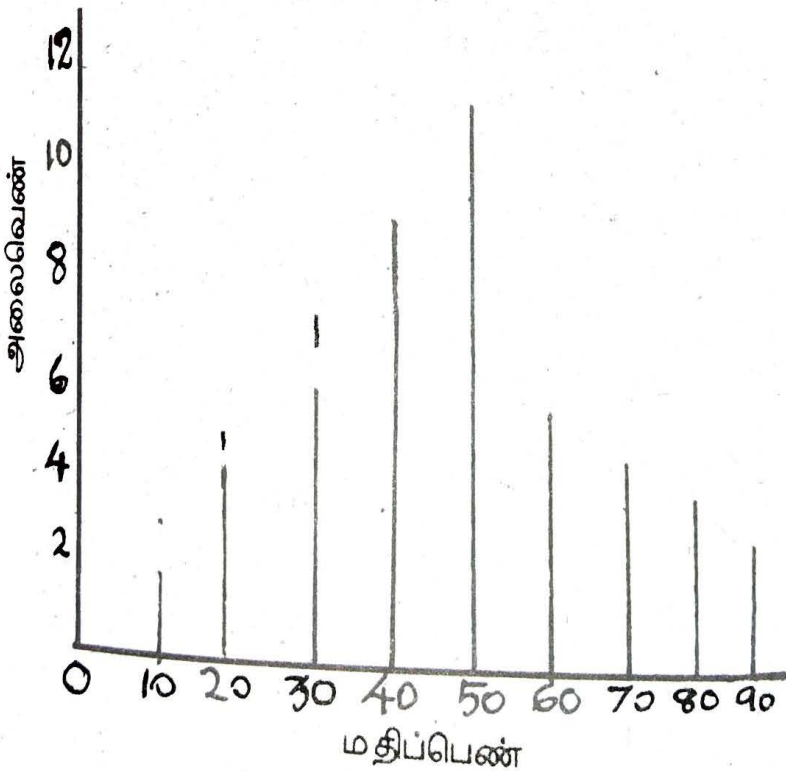
2. பரவல் செவ்வகங்கள் (Histograms)
3. அலைவெண் பல்கோணம் (Frequency Polygon)
4. அலைவெண் வரைகோடு (Frequency curve)

1. கோட்டுருவப்படம்: (Line graph)

கோட்டுருவப்படம் தொடர்ச்சியான பல கோடுகளை கொண்டது. இக் கோடுகள் ஒவ்வொன்றின் நீளமும் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள அலைவெண்ணிற்கு சமமாக அமையும். கோடுகள் (line) பிரிவின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து செங்குத்தாக வரையப்படுகின்றது.

கோட்டுருவப்படம்-விளக்கம் (Illustration of Line graph) பின்வரும் அட்டவணைக்கான கோட்டுருவப்படம் வரைக.

| மதிப்பெண் | அலைவெண் |
|-----------|---------|
| 0-10 | 2 |
| 10-20 | 4 |
| 20-30 | 7 |
| 30-40 | 9 |
| 40-50 | 12 |
| 50-60 | 6 |
| 60-70 | 5 |
| 70-80 | 3 |
| 80-90 | 2 |

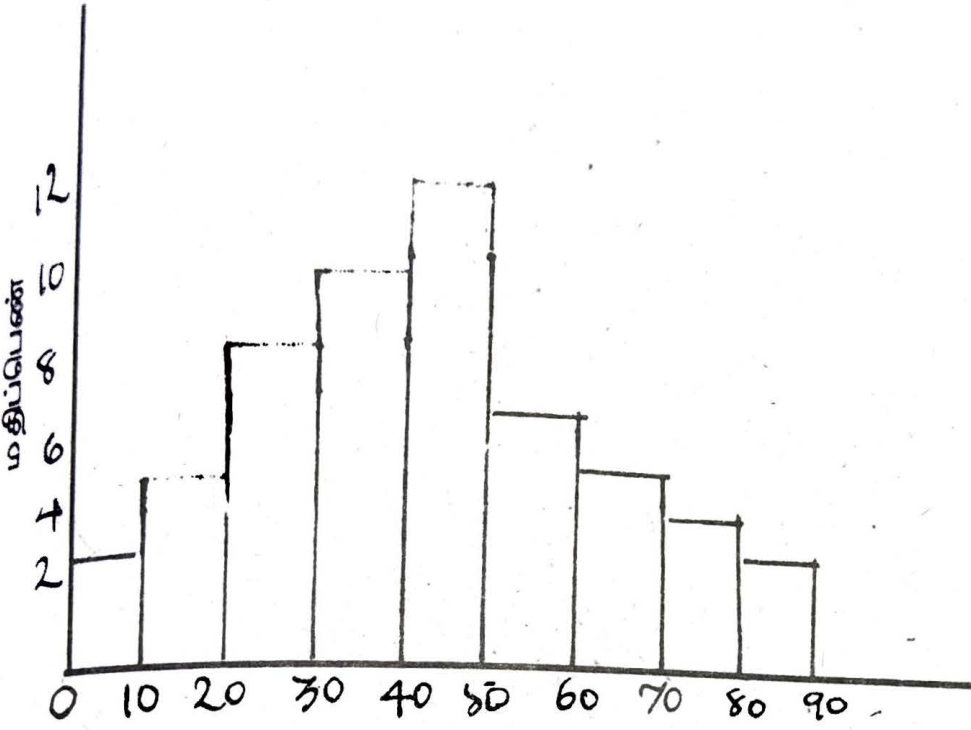


2. பரவல் செவ்வகம்: (Histograms)

அலைவெண் பரவல்களின் வரைபடவகைகளில் பரவல் செவ்வகம் நடைமுறையில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. பிரிவு இடைவெளிகளின் மேல் வரையப்படும் செவ்வகப் பட்டைகளால் ஆன படம் பரவல் செவ்வகப் படம் ஆகும். இதில் அலைவெண் பரவலின் பிரிவு எல்லைகள் (Class Boundaries) யாவும் வரிசையாக கிடையச்சின் (X-axis) மேல் குறிக்கப்படுகின்றது. பிரிவு இடைவெளிகளின் மேல் (class intervals) ஒவ்வொரு பிரிவுகளின் அலைவெண்களுக்கு சமமான பரப்பு களைக் கொண்ட செவ்வகங்கள் வரையப்படுகின்றன. இவ்வாறு வரையப்படுகின்ற செவ்வகங்கள் அடங்கிய வரைபடத்திற்கு பரவல் செவ்வகம் என்று பெயர்.

அலைவெண் பரவலின் பிரிவு இடைவெளிகள் சமமாக இருந்தால் அதற்கு சம இடைவெளிகளைக் கொண்ட பரவல் செவ்வகம் (Histogram with equal interval) என்று பெயர். பிரிவு இடைவெளிகள் சமமற்றவைகளாக இருந்தால், அதற்கு சமமற்ற இடைவெளிகளைக் கொண்ட பரவல் செவ்வகம் (Histogram with unequal interval) என்று பெயர். ஒரு நல்ல பரவல் செவ்வகப்படம் அமைவதற்கு பிரிவு இடைவெளிகள் சமமானதாக இருக்க வேண்டும். பிரிவு இடைவெளி சிறியதாகவும், கண்டறிந்த விவரங்களுக்கான எண்கள் அதிகமாகவும் இருந்தால் பரவல் செவ்வகம் சிறப்பாக அமையும். இத்தகைய பரவல் செவ்வகப் படம் நிகழ்வெண் பரவலை மென்மைப்படுத்த பயன்படுகின்றது.

பரவல் செவ்வகப்படம்-விளக்கம்: (Illustration of Histogram) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்கான பரவல் செவ்வகப்படம் வரைக. (நேர்கோட்டுருவப்படத்திற்கான புள்ளி விவரத்தைக்கொண்டு பரவல் செவ்வகப்படம் வரையப்பட்டுள்ளது.

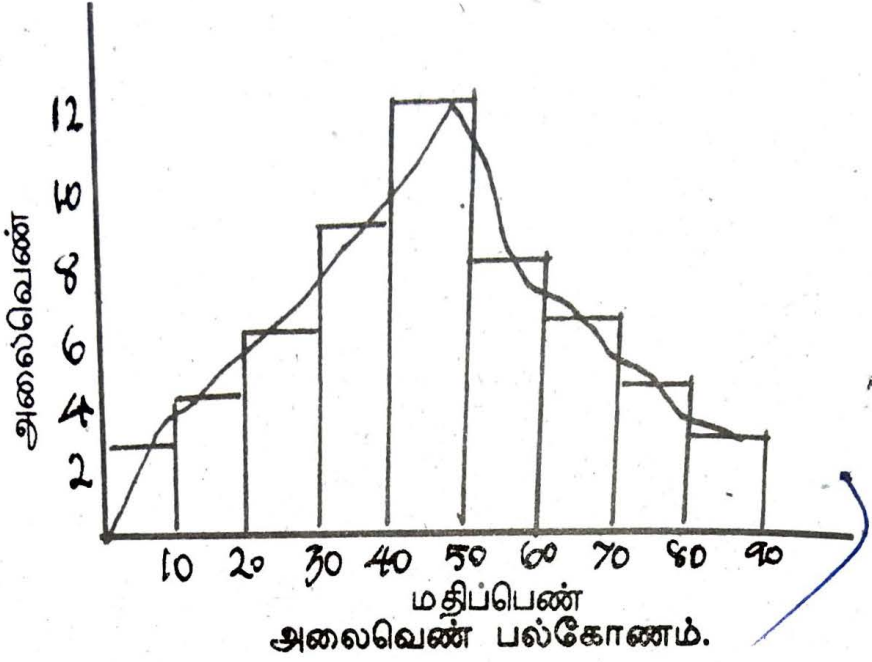


அலைவெண்

3. அலைவெண் பல்கோணம் (Frequency polygon)

பரவல் செவ்வகப் (Frequency Histogram) படத்தின் ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் மேல் புறத்தின் நடு புள்ளிகளை நேர்கோடுகளால் இணைத்தால் அலைவெண் பல்கோணம் கிடைக்கின்றது. இதன் அடிப்படைக் கருத்து ஒரு பிரிவிலுள்ள எல்லா நபர்களின் மதிப்பும் அப்பிரிவின் மைய அளவைச் சுற்றி குவிந்திருக்கும் என்பதே ஆகும். இத்தகைய உருவம் பல பக்கங்களைக் கொண்டிருப்பதால் இவை பல பக்க உருவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இந்த உருவங்கள் அலைவெண் களை குறிப்பதால் அது அலைவெண் பல்கோணம் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றது.

பரவல் செவ்வகங்களைக் காட்டிலும், அலைவெண் பல்கோணங்களின் மூலம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட அலைவெண் பரவல்களை தெளிவாக ஒப்பிட்டு அறிய முடியும். (முன் தரப் பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்களுக்கான அலைவெண் பல்கோணம் கீழே வரையப்பட்டுள்ளது.)



அலைவெண் வளைகோடு (Frequency Curve)

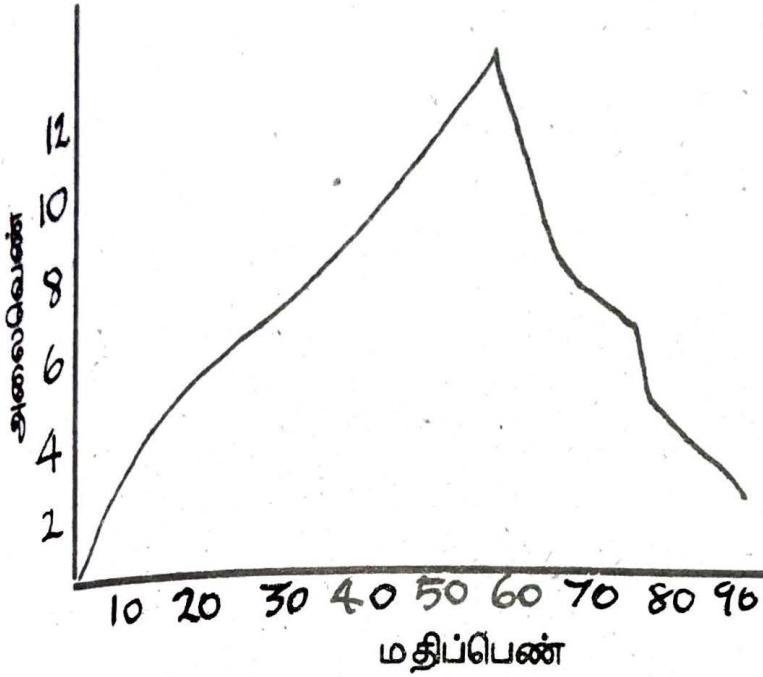
பஸ்கோண செவ்வகங்களின் மையப்புள்ளிகளை நேர் கோடுகளால் இணைப்பதற்குப் பதிலாக எளியதோர் ஒழுங்கான கோட்டினால் இணைத்தால் ஓர் வளைகோடு கிடைக்கும். இவ்வளைகோடு அலைவெண்ணைக் குறிப்பதால் இது அலைவெண் வளைகோடு என்றழைக்கப்படுகின்றது.

மையப் பகுதியை இணைக்கின்றபோது அலைவெண் பஸ்கோணத்தின் பரப்பையும், அலைவெண் வளைக்கோட்டின் பரப்பளவும் சமமாக இருக்க வேண்டும். அலைவெண் வளைகோட்டை செவ்வகப்படம் வரைந்து அதன் மீது வரையலாம். அல்லது நேரடியாகவும் வரையலாம்.

அலைவெண் வளைக்கோட்டின் மூலம் அலைவெண் பரவலின் முகட்டளவை மதிப்பிடலாம். அலைவெண் வரைபடம் கணிதப் புள்ளியியலில் சிறந்ததொரு பங்கு வகிக்கின்றது. அலைவெண் வளைக்கோடுகள் சமச்சீராக அமையும் போது அது சமச்சீர் வளைக்கோடுகள் (Normal curve) என அழைக்கப்படுகின்றன.

(முன் தரப்பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்களுக்கான அலைவெண் வளைகோடு பின்வருமாறு அமைகின்றது.)

அலைவெண் - வளைகோடு



அலைவெண் வளைகோட்டின் மூலம் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பரவல்களை ஒப்பிட்டுக் காட்ட முடிகின்றது. அலைவெண் வளைகோடு வரைகின்றபோது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியன.

1. தொடர்ச்சியான தொடர்களையே (Continuous Series) வளைகோடாக்க வேண்டும்.

2. அலைவெண் செவ்வகம் அல்லது பல்கோணத்தில் உள்ள பரப்பளவே அலைவெண் வளைகோட்டின் பரப்பளவாக இருக்கவேண்டும்.

Z' விளக்கப்படம்: (Zee chart or curve)

Z விளக்கப்படம் எளிதில் தயாரிக்கப்படக் கூடியதும், சுலபமாக புரிந்து கொள்ளக் கூடியதுமான ஒன்றாகும். வணிக நிறுவனத்தினர் இப்படத்தை அதிகமாக பயன்படுத்துகின்றார்கள். மாதந்தோறும் வியாபாரத்தில் ஏற்படும் ஏற்றத்தாழ்வுகளை அளந்து மதிப்பிட இவைகள் பயன்படுகின்றன. Z விளக்கப்படம் 'Z' என்ற ஆங்கில எழுத்தின் வடிவத்தைக் கொண்டது.

மாதந்தோறும் வியாபாரத்தில் ஏற்படும் ஏற்றத்தாழ்வுகளை அளந்து மதிப்பிட இவை பயன்படுகின்றன. ஒரே அச்சில்

வரை
கின்றன.

லாரன்ஸ் வளைகோடு: (Lorenz curve)

லாரன்ஸ் வளைகோடு என்பது சிதறல் அளவைகளை (Dispersion) வரைபடம் மூலம் கணிக்கும் ஒரு முறையாகும். இவ்வளை கோட்டை கண்டுபிடித்தவர் டாக்டர். மேக்ஸ் ஓலாரன்ஸ் என்பவர் (Max Lorenze) ஆவார். இவர் ஒரு பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல் நிபுணர், லாரன்ஸ் வளைகோடு செல்வப்-பகிர்வில் உள்ள ஏற்றத்தாழ்வுகளை அளவிட முதன் முதலில் பயன்படுத்தப்பட்டது. தற்போது லாபப் பகிர்வு, கூலிப் பகிர்வு ஆகியவற்றை அறிய பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

லாரன்ஸ் வளைகோடு ஒரு சிறப்பு வகையான வளர் அலைவெண் (Cumulative frequency) வரைகோடாகும். இது வளர் அல்லது கூட்டு அலைவெண்களிலிருந்து கணிக்கப்படுகின்றன. கூட்டு அலைவெண்ணோடு கூட்டு மதிப்பும் (Cumulative Values) பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

லாரன்ஸ் வளைகோடு வரையும் முறை: (Methods of drawing Lorenz curve) லாரன்ஸ் வளைகோடு வரைவதற்கான செயல்முறைகளாவன.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புகளின் கூட்டு மதிப்பு கணக்கிட வேண்டும்.
2. இம்மதிப்புகள் யாவும் சதவீத அளவில் தரப்பட வேண்டும்.
3. கூட்டு அலைவெண்கள் கண்டுபிடிக்கப்பட வேண்டும்.
4. கூட்டு அலைவெண்கள் சதவீத அளவில் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

5. கூட்டு மதிப்பின் சதவீத அளவுகள் X-அச்சில் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

6. கூட்டு அலைவெண்ணின் சதவீத அளவுகள் Y-அச்சில் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

கூட்டு மதிப்புகளின் சதவீத அளவு, அதற்குரிய கூட்டு அலைவெண் சதவீத அளவு ஆகியவற்றை வரைபடத்தாளில் புள்ளி களாக குறிக்க வேண்டும். இப்புள்ளிகளை இணைத்தால் கிடைக்கும் கோடு லாரன்ஸ் வளை கோடாகும்.

சில சமயங்களில் வளர்சதவீத மதிப்பும் வளர் அலைவெண் சதவீத மதிப்பும் சமமாக இருக்கும். அவ்வாறு சமமாக இருந்தால் கிடைக்கும் நேர்க்கோட்டிற்கு சமப்பங்கீட்டுக் கோடு (Line of equal distribution) என்று பெயர். இக்கோட்டில் மேலுள்ள எல்லா புள்ளிகளும் இருஅளவுகளும் சமமாக இருக்கின்றது என்பதைக் காட்டுகின்றது. அதாவது வருமானப் பகிர்வு சம அளவில் இருக்கின்றதென்பது பொருளாகும். சமப்பங்கீட்டுக் கோட்டிலிருந்து லாரன்ஸ் வளைகோட்டின் விலக்கம் (Deviation) மாறியின் (Variable) பகிர்வில் ஒழுங்கற்ற போக்கை அளவிட பயன்படுகின்றது. லாரன்ஸ் வளைவிற்கும் சமப்பங்கீட்டுக் கோட்டுக்கும் இடையேயுள்ள பரப்பளவு (Area) அதிகமாக இருந்தால் மாறியின் பங்கீட்டில் சீரற்றப்போக்கு இருப்பதாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

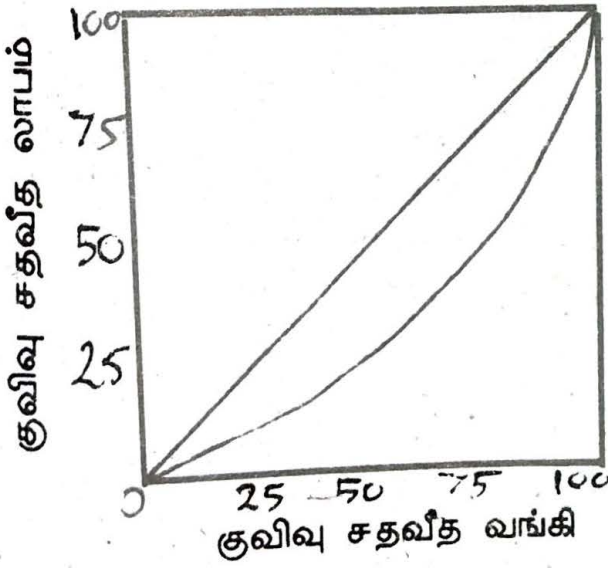
லாரன்ஸ் வளைகோடு-விளக்கம் (Illustration) பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கு லாரன்ஸ் வளைகோட்டினை வரைக.

| வங்கிகளின் | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 75 |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| சராசரிலாபம் | | | | | | | |
| ரூபாய் ஆயிரத்தில் | | | | | | | |
| வங்கிகளின் எண்ணிக்கை | 15 | 12 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 |

லாரன்ஸ் வரைகோடு வரைவதற்கு அடிப்படையான, அட்டவணை.

| மொத்த லாபம் = சராசரி லாபம் X வங்கி களின் எண்ணிக்கை | சதவீத லாபம் | குவிவு சதவீத லாபம் | வங்கிக் குவிவு | வங்கிக் குவிவு சதவீதம் |
|--|----------------|--------------------------|-------------------|------------------------------|
| 150 | 10.7 | 10.7 | 15 | 30 |
| 240 | 17.1 | 27.8 | 27 | 54 |
| 240 | 17.1 | 44.9 | 35 | 70 |
| 240 | 17.1 | 62.0 | 41 | 82 |
| 200 | 14.3 | 76.3 | 45 | 90 |
| 180 | 13.0 | 89.3 | 48 | 96 |
| 150 | 10.7 | 100 | 50 | 100 |

வரைபடத்தாளில் X அச்சில் சதவீத வங்கிக் குவிவுகளையும், Y அச்சில் குவிவு சதவீத லாபத்தையும் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். இப்புள்ளிகளை இணைத்தால் கிடைக்கின்ற வளைகோடு லாரன்ஸ் வளைகோடாகும். இது பின்வருமாறு அமைகின்றது.



லாரன்ஸ் வளைகோட்டின் பயன்கள்:

1. பொருளாதார ஆய்வுகளில் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பொருளாதாரத் தொடர்களின் பங்கீடுகளின் சீரற்ற தன்மைகளை ஒப்பிட லாரன்ஸ் வளைகோடு பயன்படுகின்றது.

2. சொத்து, வருமானம், செலவு, ஊதியம், நுகர்வு ஆகியவற்றின் பங்கீடுகள் பற்றிய ஆய்வுகளில் லாரன்ஸ் வளை கோடு பயனுள்ள முறைகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

3. ஒரு நகரத்தில் அல்லது ஒரு பகுதியில் உள்ள செல்வம், வருமானம், ஆகியன மக்கள் அனைவரிடமும் சமமாக பங்கிடப்பட்டுள்ளனவா அல்லது ஒரு சில தனி நபர்களிடம் குவிந்துள்ளதா என்பதை அளந்தறிய உதவுகின்றது.

தேர்வுவினாக்கள்

1. புள்ளி விவரங்களுக்கு விளக்கப்படங்கள் அளிப்பதன் நன்மை தீமைகள் யாது? (அக்-84, ஏப்-85, அக்-87)
2. பட்டை விளக்கப்படம் (Bar Charts), பைவிளக்கப்படம் (pie) என்றால் என்ன? இவ்விளக்கப்படங்கள் எவ்வாறு வரையப்படுகின்றன. (நவ-86, ஏப்-87, ஏப்-84, ஏப்-88)
3. "தெளிவில்லாத எண்களை தெளிவாக பேசும்படி விளக்கப்படம் மற்றும் வரைபடம் மூலம் செய்யலாம்" இக் கருத்தை புள்ளியியல் வரைபடங்கள் குறித்து விளக்குக. (மே-87)
4. விளக்கப்படம் மூலம் புள்ளி விவரங்களை அளிப்பதன் நன்மைகள் யாது?
(a) பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கான ஒரு பரவல் செவ்வகம், ஒகைவ் கோடு வரைக.
கூலி ரூ. 20 - 30, 30 - 40, 40 - 50, 50 - 60, 60 - 70
நபர்: 9 35 41 8 7