12

உயிரியற் புள்ளியியல் - ஓர் அறிமுகம்

(An Introducation about Biostatistics)

முன்னுரை

உயிரியற் புள்ளியியல் என்பது உயரியலுடன் தொடர்புடைய செய்திகள் மற்றும் எண்களின் சேகரிப்பு, பகுப்பாய்வு சுட்டிக் குறிப்பீடு போன்றவற்றைப் பயிலும் ஒருவகை அறிவியல் எனலாம்.

உயிரியற் புள்ளியியலை ஆயளவியல்கள் (Biometrics) என்றும் அழைப்பதுண்டு. இவை உயிரிய அளவீடை (Measurement) குறிக்கின்றன.

ஒருசில நீர் மாதிரிகளில் உள்ள ஆக்ஸிஜனை கணக்கீடுவதைக்கூட உயிரியற் புள்ளியியல் எனலாம். இந்நீர் மாதிரிகள் தொகையளவைக் (Population) பெறுகின்றன. ஒவ்வொரு நீர் மாதிரியிலும் உள்ள ஆக்ஸிஜன் கணக்கீடு, தரவு சேகரிப்பு (Collection of data) எனப்படும். நீர் மாதிரிகளில் உள்ள ஆக்ஸிஜன் அளவு, தரவு எனப்படும். இத்தரவுகளை வரிசையாக அமைப்பது அட்டவணை எனப்படும். ஒரு நீர் மாதிரியில் உள்ள ஆக்ஸிஜன் அளவு அதிகமாகவும் இன்னொரு நீர் மாதிரியில் இதனளவு குறைவாகவும் இருக்கலாம். இதுவே சுட்டிக் குறிப்பீடு (interpretation) எனப்படும்.

கீழ்கண்ட அட்டவணை உயிரியற் புள்ளியியலை விளக்கிக் காட்டுகிறது.

குளநீர் மாதிரிகள்	ஒரு மி.லி.ரில் உள்ள ஆக்ஸிஜன் முழுஅளவு
1	5.2
2	7.2
3	7.0
4	5.6

இனத்தொகை (Population) என்பது நபரிகளின் (ஒன்றொன்றுகளின்) (individuals) ஒரு குழுமம் (group) அல்லது பயில்வுத் தனிமங்கள் (study elements) அல்லது காண்பதிவுகள் (Observations) ஒரு குழுமம் என்ற கூடக் கூறலாம். ஆக்ஸிஜன் கணக்கீட்டில் நீர் மாதிரிகள் அனைத்தும் ஒரு இனத்தொகையாக உருவாகின்றன. ஒவ்வொரு நீர் மாதிரியின் மதிப்பு (value) ஒரு மாறியல் (variable) எனப்படும்.

இனத்தொகையில் அடங்கிய ஒன்றொன்றுகளின் வரம்பு எண்ணிக்கையினை வரைநிலை இனத்தொகை (finite population) என அழைப்பர்.

எடுத்துக்காட்டாக ஒரு பள்ளியில் உள்ள ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை. சோலையில் உள்ள கொய்யா மரங்களின் எண்ணிக்கை. குளத்தில் உள்ள டிலேப்பிய மீன்களின் எண்ணிக்கை.

ஒன்றொன்றுகளின் வரம்பற்ற எண் அடங்கிய இனத்தொகையினை வரைநிலையற்ற **(Infinite)** இனத்தொகை என அழைப்பர். எ.கா. வானில் காணும் நட்சத்திரங்கள், கடலின் மீனினங்கள்.

தரவு **(Data)**

ஓர் ஆய்வில் அல்லது காண்பதிவில் பதிவு செய்யப்பட்ட மதிப்பளவுகளை தரவு **(Data)** என அழைப்பர். **Data** என்று ஆங்கிலச் சொல் ஒருமையும் பன்மையும் குறிக்கக்கூடியது. எனவே **Datas** என்று சொல்லக்கூடாது. இருப்பினும் தமிழில் தரவு / தரவுகள் என வைத்துக் கொள்ளலாம். தரவு என்பது இருவகைப்படும். 1. முதன்நிலைத தரவு **(Primary data)** 2. இரண்டாம்நிலை தரவு **(Secondary data)** ஓர் ஆய்வரால் **(investigator)** சேகரிக்கப்பட்ட தரவினை முதன்நிலை தரவு என அழைப்பர். இதுவே முதல்படி தகவல் எனப்படும். தரவு சேகரிப்பவரை ஆய்வர் என அழைக்கப்படுவர். இன்னொரு மூல வழியே தரவு சேகரிக்கப்படுவதை இரண்டாம்நிலை தரவு **(Secondary data)** என்பர். எ.கா.செய்திதாள்களிலிருந்து தரவு சேகரிப்பு, ஆய்வேடுகளிலிருந்து தரவு சேகரிப்பு.

மாதிரி **(Sample)**

ஓர் இனத்தொகையில் குறிப்பிடும்படியான மிகச்சிறிய கூறினை **(fraction)** ஒரு மாதிரி **(Sample)** என அழைப்பர். ஒரு இனத்தொகையிலிருந்து மாதிரி பெறுவது மாதிரிபெறல் **(Sampling)** எனப்படும். எ.கா. ஒரு பானையில் கொதிக்கும் அரிசிகளில் ஒரிரு அரிசி பதம் என்ற முடிவுக்கு வருவது. ஒட்டுமொத்தமாக வாங்குவதற்கு முன்னர் ஒரிரு தாள்களை வாங்கி சோதித்து அறிதல்.

மாறியல் **(Variables)**

ஒன்றொன்று, அல்லது உருப்படியின் **(item)** மதிப்பளவு மாறியல் எனப்படும். மதிப்பளவுகள் மாறுபடுவதால் இது மாறியல் என அழைக்கப்படுகிறது. ஓர் ஒவ்வொன்றின் பண்பாக இது மாறியல் உள்ளது. எ.கா. ஒரு மாணவன் பெற்ற மதிப்பெண் மாறியலாக உள்ளது. பல மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் மாறியல்களாக உள்ளன. மாறியல்கள் இருவகைப்படும். 1. அளவளவு மாறியல் 2. தரவளவு மாறியல். ஒரு மாறியல் அளவிடத்தக்கதாக இருக்கும்பொழுது அது அளவறி மாறியல் என அழைக்கப்படுகிறது. எ.கா உயரம், எடை போன்றவற்றில் ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அளவறி மாறியல் இன்னும் இருவகைப்படும். 1. தொடர்வற்ற

மாறியல் **(discontinous variables)** தொடர் மாறியல் **(continuous variables)**. தொடர்வற்ற மாறியல்கள் மொத்த எண்களில் அளக்கத்தக்கவை. இதனை பிரிநிலை **(discrete)** மாறியல்கள் எனவும் அழைப்பர். ஒரு பூங்காவில் உள்ள மா மரங்களின் எண்ணிக்கை ஒரு நூலகத்திலுள்ள உள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, தொடர் மாறியல்கள் பதின்மான எண்களில் அளக்கப்படுகின்றன. இம்மதிப்பளவுகள் தொடர்வாகவே உள்ளன.

எ.கா. எடை, உயரம், நுகர்ந்த ஆக்ஸிஜன் கொள்ளளவு, ஹீமோகுளோபுனின் விழுக்காடு, இலைகளின் எண்ணிக்கை தரவறி மாறியல் என்பது அளவிடத்தக்க மாறியல் ஆகும். இது ஒரு விவரிக்கத்தக்க மாறியல் **(Descriptive variable)** ஆகும். இதனைக் கற்பித்துக் கூறும் மாறியல் எனவும் அழைப்பர். எ.கா. மலரின் நிறம், சருமத்தின் நிறம், சுருங்கிய விதை உறை போன்றவை.

மாறியல் வகைகள்

மாறியல்கள்

அளவறி மாறியல்

தரவறி மாறியல்
(கற்பீத்து கூறுதல்)
எ.கா. மலரின் நிறம்

தொடர்வற்ற (பிரிநிலை)
எ.கா. வகுப்பிலுள்ள
மாணவர்களின்
எண்ணிக்கை

தொடர்வு
எ.கா. இலைகளின்
நிறம்

உயிரியற் புள்ளியியல்களில் பயன்படுத்தப்படும் குறிமானங்கள் **(Notation)**

$\sum$ = ஆகமொத்தம். காணும் குறியீடு **(Summation (Sigma))**

$\overline{X}$ = கூட்டுசராசரி **(Mean)**

f = நிகழ்வெண் **(frequency)**

σ = தரவிலக்கம் **(Standard Deviation)**

χ^2 = கைவர்க்கம் **(Chi Square)**

நிகழ்வெண் பரவல் (Frequency Distribution)

நிகழ்வெண் பரவல் என்பது ஒரு வகைப் புள்ளியல் அட்டவணை. இதில் மதிப்பளவுகள் தோன்றும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை பிரகாரம் மதிப்பளவுகளின் குழுமங்கள் அடங்கியுள்ளன. நிகழ்வெண் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பளவு எத்தனை தடவை எண்கள் தோன்றுகின்றன என்பதைக் குறிக்கிறது. இது ஒரு திரும்பத்திரும்ப நேரும் (Repetetion) மதிப்பளவுகள் ஆகும். நிகழ்வெண் பரவலில் தரவுகள் அட்டவணையில் ஒரு ஒழுங்கில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இந்த அட்டவணையில் தரவுகள் இரு வகுப்புகளாக தொகுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு வகுப்பிலுள்ள மதிப்பளவுகளின் எண்ணிக்கையினை நிகழ்வெண் என அழைப்பர். நிகழ்வெண் பரவல் மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. அவைகளாவன,

1. வகுப்பு இடையீடுகளின்றி நிகழ்வெண் பரவல்
2. வகுப்பு இடையீடுகளுடன் நிகழ்வெண் பரவல்
3. ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் பரவல்

1. வகுப்பு இடையீடுகளின்றி நிகழ்வெண் பரவல் (Frequency distribution without class intervals)

வகுப்பு இடையிடுகளின்றி நிகழ்வெண் பரவல் என்பது வகுப்புகளோடு இல்லாமல் அமையும். மதிப்பளவுகளின் அட்டவணையைக் குறிக்கிறது. இது கீழ்க்கண்ட வழிமுறையில் தோன்றுகிறது.

1. ஓர் ஆய்வர் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு, செப்பமற்ற / கச்சாத்தரவு எனப்படும். செப்பமற்ற தரவு என்பது குழுமமாகப் பிரிக்கப்படாத தரவு (data) வகை ஆகும். இது ஒரு ஒழுங்குமுறையில் இருப்பதில்லை. இது ஒரு தற்செயல் முறை ஆகும். கச்சாத்தரவு ஒரு தெளிவான விளக்கம் தருவதில்லை.

2. செப்பமற்ற தரவினை ஒரு ஒழுங்காக அமைவிக்கும் முறையினை அணிவரிசை தரவு (array data) என அழைப்பர். இத்தரவு ஏறுவாக்கு அல்லது இறங்குவாக்கு ஒழுங்கில் அமைக்கலாம். அணிவரிசைத் தரவு இனத்தொகை பற்றிய ஒரு சீர்மையைத் (ideal) தருகிறது.

3. மூன்று நிமிர்நிலை பத்திவரிசையுடன் அட்டவணை தயாரிக்கப்படுகிறது. முதல் பத்தி வரிசையில் அனைத்து உருப்படிகளின் மதிப்பளவுகள் ஏறுவாக்கு ஒழுங்கில் எழுதப்பட்டுள்ளன.

4. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் நேரும் உருப்படிகள், கணிப்படையாளக் குறியீடுகள் (tally marks) உருவத்தில் பதியப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு மாறியியலுக்கு ஒரு கணிப்படையாளக் குறியீடு

Raw	Data
1	1
2	9
3	10
4	7
5	3
6	4
7	5
8	6
9	3
10	8
11	2
12	6
13	5
14	4
15	3
16	6
17	7
18	8
19	9
20	9

array	Data
1	1
2	2
3	3
4	3
5	3
6	4
7	4
8	5
9	5
10	6
11	6
12	6
13	7
14	7
15	8
16	8
17	9
18	9
19	9
20	10

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு மாறியலுக்கு ஐந்து கணிப்படையாளக் குறியீடுகள் ஒரு குழுமமாக எழுதப்பட்டுள்ளது. முதல் மூன்று கணிப்படையாள குறியீடுகள் நேர்வாகவும் ஐந்தாவது கணிப்படையாளக்குறியீடு குறுக்காகவும் குறிக்கப்படுகின்றன. இதனை நான்கு ம்ற்றும் குறுக்குமுறை என அழைப்பர் **(four and cross method).**

5. ஒவ்வொரு உருப்படிக்கான கணிப்படையாளக் குறியீடுகள் எண்ணப்பட்டு மூன்றாம் தூண் வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதுவே, நிகழவெண் என அழைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு உருடிப்படிக்கான நிகழ்வெண், ஒவ்வொரு உருப்படிக்கான எதிராக அமைந்த கணிப்படையாளக் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமானதாக இருக்கும்.

6. மூன்றாம் தூண் வரிசையின் அடியே அனைத்து நிகழ்வெண்களும் கூட்டுவதால் மொத்த நிகழ்வெண் கிடைக்கப்பெறுகிறது.

2. வகுப்பு இடையீடுகளுடன் நிகழ்வெண் பரவல்
(Frequency distribution with class intervals)

வகுப்பு இடையீடுடன் கூடிய நிகழ்வெண் பரவல் என்பது வகுப்புகளுடன் கூடிய மதிப்பளவுகளின் ஒரு அட்டவணை ஆகும். வகுப்பு இடையீடுகளுடன் இது கட்டமைக்கப்படுகிறது. இது ஒரு தொடர்வு வரிசையின் **(continous series)** நிகழ்வெண் பரவலாகும்.

இது கீழ்க்கண்ட நிலைகளை உட்படுத்துகிறது.

அ) ஆய்வரால் சேகரிக்கப்படும். தரவு, செப்பமற்ற தரவு என அழைக்கப்படும். ஆ) இத்தரவு ஏறுவாக்கு ஒழுங்கில் அமைக்கப்படுகிறது. வரிசையாக அமையப்பட்ட தரவு, அணிவரிசைத் தரவு என அழைக்கப்படுகிறது.

இ) 5 - 15 குழுமங்களாக பகுக்கப்பட்ட தரவு, வகுப்புகள் என அழைக்கப்படுகிறது.

ஈ) முதல் வகுப்பும் முடியும் வகுப்பும் குறைந்தளவு, அதிகளவு மதிப்பளவுகள் நிலைபெற்று இருப்பதைக் காண இயலும்.

உ) ஒவ்வொரு வகுப்பின் குறைந்தளவு, அதிகளவு எண்ணிக்கைகளை வகுப்பு வரம்புகள் **(class limits)** என அழைப்பர். ஒரு வகுப்பின் குறைந்தளவு எண்ணிக்கையினை குறை வரம்பு என்றும்ஒரு வகுப்பின் அதிகளவு எண்ணிக்கையை மேல்வரம்பு **(upper limit)** என்றும் அழைப்பர். வகுப்பு வரம்பு இரு முறைகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. விலக்கி ஒதுக்கித் தள்ளும் முறை, உட்படுத்தும்முறை **(exclusive and inclusive method)**. ஒதுக்கித்தள்ளும் முறையில் வகுப்பு வரம்புகள் கீழ்க்கண்ட வழியில் உருவாகின்றன.

0 - 10		0 - 5
10 - 20	அல்லது	5 - 10
20 - 30		10 - 15

ஒதுக்கித்தள்ளும் முறையில் ஒரு வகுப்பின் மேல்வரம்பு அடுத்தடுத்த வகுப்பின் குறை வரம்பாக இருக்கும். இங்கு, மதிப்பளவுகள் 10, மற்றும் இதற்குமேல் மற்றும் மதிப்பளவுகள் 20க்கு கீழும் உள்ளவைகள் 10 - 20 என்ற வகுப்பினுள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன. மேல்வரம்பு மதிப்பளவு ஒதுக்கப்படுவதால் இது ஒதுக்கித்தள்ளும் முறை என அழைக்கப்படுகிறது.

உட்படுத்தும் முறையில் வகுப்பு வரம்பீடுகள் கீழ்க்கண்ட வழிகளில் உருவாகின்றன.

0 - 9		0 - 4
10 - 19	அல்லது	5 - 9
20 - 29		10 - 14

உட்படுத்தும் முறையில் 10 மற்றும் 19க்கு இடையே உள்ள மதிப்பளவுகள் 10 - 19 எனும் வகுப்பில் உட்படுத்தப்பட்டுள்ளன. மேல்வரம்பு மதிப்பளவு உட்படுத்தப்பட்டதால் இது உட்படுத்தும் முறை என அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு வகுப்பின் குறை வரம்பு மற்றும் மேல்வரம்புக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு வகுப்பு இடையீடு (class interval) என அழைக்கப்படுகிறது. மேல்வரம்பீட்டிலிருந்து குறை வரம்பீட்டினை கழித்து பெறப்படுவதால் இந்த வகுப்பு இடையீடு பெறப்படுகிறது. ஒரு வகுப்பின் உருவளவாக அல்லது அகலமாக இவ்விடையீடு உள்ளது. வகுப் இடையீட்டின் உருவளவு 5, 10, 20, 100 போன்ற எளிதான எண்ணாக இருக்கு ஒரு வகுப்பில் வீழ்வுறும் மதிப்பளவு எண்ணிக்கை வகுப்பு நிகழ்வெண்க எனப்படுகின்றன. வகுப்பின் இடைப்பட்ட மதிப்பளவு இடைமதிப்பு **(mi value)** எனப்படுகிறது. இதற்கு வகுப்பு இடையீடு என்ற பெயரும் உண்

இந்த இடை மதிப்பினை குறை வரம்பு மற்றும் மேல் வரம்பின் கூட்டுத் தொகை **(sum)**யினை 2ஆல் வகுத்தால் இடை மதிப்பினைக் கணக்கிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 10 - 20 என்ற வகுப்பின் இடைமதிப்பு 15 என்றால்,

$$\text{இடைமதிப்பு} = \frac{\text{குறைவரம்பு} + \text{மேல்வரம்பு}}{2} = \frac{10 + 20}{2} = 15$$

மூன்று நிமிர்நிலை பத்தி வரிசைகளுடன் ஒரு அட்டவணை வரையப்படுகிறது. முதல் பத்தி வரிசையில் வகுப்புகள் சேர்க்கப்படுகின்றன. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் மதிப்பளவுகள், கணிப்படையாளக் குறியீடுகளின் உருவத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. நான்கு கணிப்படையாளக் குறியீடுகள் நேர்வாகவும் ஒன்று குறுக்காகவும் குறிக்கப்படுகின்றன. இதுவே நான்கு மற்றும் குறுக்கு முறை என அழைக்கப் பெறுகிறது.

தொடர் செப்பமற்ற தரவு

குளத்திலிருந்து சேகரிக்கப்பட்ட திலேபியா மீன்களின் எடையளவுகள் கிராம்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

23	7	33	18	16	24
6	13	28	36	32	26
36	20	25	20	15	18
19	32	18	29	30	23
24	26	21	12	28	11

வகுப்பு	மாறியல்களின் கணிப்படையாளக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
0 - 9	||	2
10 - 19	𝍸 ||||	9
20 - 29	𝍸 𝍸 |||	13
30 - 39	𝍸 |	6
மொத்த நிகழ்வெண்		30

ஒவ்வொரு வகுப்பிலுள்ள கணிப்படையாளக் குறியீடுகளின் எண் (number) எண்ணப்படுகிறது. இதுவே இவ்வகுப்பின் நிகழ்வெண். இந்த நிகழ்வெண் மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டுவதால் மொத்த நிகழ்ெண் கிடைக்கிறது. இவ்வெண் அட்டவணையின் அடியே பதியப்படுகிறது.

3. ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் பரவல் (cumulative frequency distribution)

ஒன்று திரண்ட நிகழ்வெண் பரவல் என்பது ஒருவிதப் புள்ளியியல் அட்டவணை. இதில் முன்நிகழ் வகுப்புகளின் (preceeding) நிகழ்வெண்கள் கூட்டப்படுகின்றன.

முப்பது மீனினங்களின் எடைக்காக ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு அமைகிறது.

1. மூன்று பத்தி வரிசைகளின் அட்டவணை தயாரிக்கப்படுகிறது.

2. முதல் பத்திவரிசையில் வகுப்புகள் குறியிடப்படுகின்றன.

3. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் நிகழ்வெண் குறிப்பிடப்படுகிறது (noted)

4. மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் முதல் வகுப்பிற்கான நிகழ்வெண் அப்படியே இடம் பெறுகிறது.

5. இரண்டாம் வகுப்பிற்காக, முதல் வகுப்பு மற்றும் இரண்டாம் வகுப்பு கூட்டுத்தொகை கூட்டி பதிவு செய்யப்படுகிறது.

6. பிற வகுப்புகளுக்கு முன்நிகழ் வகுப்பு நிகழ்வெண் சேர்த்த பின் நிகழ்வெண்கள் பதியப்படுகின்றன.

7. அதிகரிக்கும் ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் அடங்கிய ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் பரவல் மேலுஞ்சிறுக (less than) ஒன்றுதிரண்ட பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது.

8. ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் பரவல் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட எடையின் குறைந்த அல்லது அதற்கு மேலே உள்ள உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறிவதற்கு உதவுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, இந்த அட்டவணை மூலம் அறிவது யாதெனில் 23 மீன்கள் 29 கிராம்களைக் காட்டிலும் குறைவாக உள்ளன என்பதாகும்.

Gû P	¨Lr ùYi	Juß§W P ¨Lr ùYi
0-9	3	3
10-19	9	12
20-29	11	23
30-39	7	30

13

மையப்போக்கின் அளவீடுகள் (Measures of Central Tendency)

தரவுகளின் சராசரியே மையப்போக்கின் அளவீடு என அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு தரவின் குறைந்த அல்லது அதிகமான மதிப்பீடுகளின் மையத்தில் சராசரி அமைகிறது. எனவே, இச்சராசரியினை மையப்போக்கு அளவிடு என அழைப்பர். ஒரு இனத்தொகை குழுமத்தின் அனைதது மதிப்பளவுகளும் சராசரியினை சூழ்ந்தவாறு இருக்கும்.

சராசரிகள் மூவகைப்படும். அவைகளாவன,

1) கூட்டுச் சராசரி (Mean)

2) இடைநிலை மதிப்பீடு (Median)

3) முகடு (Mode)

4) பெருக்கு சராசரி (Geometric Mean)

5) இசை சராசரி (Harmonic Mean)

1. கூட்டுசராசரி

அனைத்து மதிப்பீடுகளையும் கூட்டியும் உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையால் மொத்தத்தை வகுப்பதாலும் கூட்டுச்சராசரி கிடைகிறது.

கூட்டுச்சராசரி என்பது $\overline{X}$ என்ற குறீயிடு மூலம் சுட்டிக்காட்டப்படுகிறது. இக்குறியீட்டினை $\overline{X}$ எனவும் குறிக்கலாம். கூட்டுச்சராசரி என்பது இருவகைப்படும். 1) எண்கணிப்பு கூட்டுச்சராசரி (Arithmetic Mean) 2) எண்தொடர் கூட்டுச்சராசரி (Geometric Mean) என இருவகைப்படும். எண் கணிப்பியல் ரீதியில் பெறப்பட்ட சராசரி எண் கணிப்பு கூட்டுச்சராசரி என அழைக்கப்படுகிறது. பொதுவாக, எண் கணிப்பு கூட்டுச்சராசரியை கூட்டுச்சராசரி என்றே அழைப்பர். எண் தொடர் கூட்டுச்சராசரி என்பது எண் தொடர் வளர்ச்சியால் (அதிகரிப்பால் / குறைப்பால்) பெறப்படுகிறது. கூட்டுசராசரியினை குழும அல்லது குழுமமற்ற தரவின்மூலம் பெறமுடியும். கூட்டுச்சராசரி இருமுறைகளில் கணக்கிட

முடியும். அவைகளாவன (1) நேரடிமுறை (Direct method) (2) மறைமுக முறை அல்லது ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

நேரடி முறையில் குழுமமற்ற தரவுக்கான சராசரியை கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு (formula) மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை (Sum of)

X – உருப்படிகளின் மதிப்பீடு

N – உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

மறைமுக முறையில் (indirect method) கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் குழுமமற்ற தரவுக்கான (ungrouped data) கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இதில், $\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

A – ஊகக் கூட்டுச் சராசரி

d – ஊகக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலக்கம்

$\sum d$ – விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை (Sum of d)

N – உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

குழுமத் தரவுக்காக கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

X – ஓர் உருப்படியின் மதிப்பளவு

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை

f – நிகழ்வெண்

m – வகுப்பு குறியீடு (Class Mark)

முடியும். அவைகளாவன (1) நேரடிமுறை (Direct method) (2) மறைமுக முறை அல்லது ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

நேரடி முறையில் குழுமமற்ற தரவுக்கான சராசரியை கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு (formula) மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை (Sum of)

X – உருப்படிகளின் மதிப்பீடு

N – உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

மறைமுக முறையில் (indirect method) கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் குழுமமற்ற தரவுக்கான (ungrouped data) கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இதில், $$\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

A – ஊகக் கூட்டுச் சராசரி

d – ஊகக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலக்கம்

$\sum d$ – விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை (Sum of d)

N – உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

குழுமத் தரவுக்காக கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

X – ஓர் உருப்படியின் மதிப்பளவு

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை

f – நிகழ்வெண்

m – வகுப்பு குறியீடு (Class Mark)

முடியும். அவைகளாவன (1) நேரடிமுறை (Direct method) (2) மறைமுக முறை அல்லது ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

நேரடி முறையில் குழுமமற்ற தரவுக்கான சராசரியை கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு (formula) மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ — கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ — கூட்டுத்தொகை (Sum of)

X — உருப்படிகளின் மதிப்பீடு

N — உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

மறைமுக முறையில் (indirect method) கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் குழுமமற்ற தரவுக்கான (ungrouped data) கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இதில், $$\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ — கூட்டுச்சராசரி

A — ஊகக் கூட்டுச் சராசரி

d — ஊகக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலக்கம்

$\sum d$ — விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை (Sum of d)

N — உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

குழுமத் தரவுக்காக கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

$\overline{X}$ — கூட்டுச்சராசரி

X — ஓர் உருப்படியின் மதிப்பளவு

$\sum$ — கூட்டுத்தொகை

f — நிகழ்வெண்

m — வகுப்பு குறியீடு (Class Mark)

முடியும். அவைகளாவன (1) நேரடிமுறை (Direct method) (2) மறைமுக முறை அல்லது ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

நேரடி முறையில் குழுமமற்ற தரவுக்கான சராசரியை கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு (formula) மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை (Sum of)

X – உருப்படிகளின் மதிப்பீடு

N – உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

மறைமுக முறையில் (indirect method) கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் குழுமமற்ற தரவுக்கான (ungrouped data) கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இதில், $$\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

A – ஊகக் கூட்டுச் சராசரி

d – ஊகக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலக்கம்

$\sum$d – விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை (Sum of d)

N – உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

குழுமத் தரவுக்காக கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

X – ஓர் உருப்படியின் மதிப்பளவு

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை

f – நிகழ்வெண்

m – வகுப்பு குறியீடு (Class Mark)

முடியும். அவைகளாவன (1) நேரடிமுறை (Direct method) (2) மறைமுக முறை அல்லது ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

நேரடி முறையில் குழுமமற்ற தரவுக்கான சராசரியை கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு (formula) மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை (Sum of)

X – உருப்படிகளின் மதிப்பீடு

N – உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

மறைமுக முறையில் (indirect method) கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் குழுமமற்ற தரவுக்கான (ungrouped data) கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இதில், $\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

A – ஊகக் கூட்டுச் சராசரி

d – ஊகக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலக்கம்

$\sum$d – விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை (Sum of d)

N – உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

குழுமத் தரவுக்காக கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

$\overline{X}$ – கூட்டுச்சராசரி

X – ஓர் உருப்படியின் மதிப்பளவு

$\sum$ – கூட்டுத்தொகை

f – நிகழ்வெண்

m – வகுப்பு குறியீடு (Class Mark)

N = உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

கூட்டுச்சராசரியின் நிறைகள்

1) கூட்டுச்சராசரி நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது.

2) எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.

3) கணக்கீட்டிற்கு அனைத்து உருப்படிகளையும் கருத்தில் கொள்ளலாம்.

4) ஒவ்வொரு பதிவீட்டையும் இது தழுவியது.

5) பிற புள்ளியல் கணக்கீடுகளுக்கும் இது பயன்படுகிறது.

குறைகள்

1) சில மதிப்பளவுகள் பேரளவாக அல்லது சிற்றளவாக இருந்தால் இக்கூட்டுச்சராசரி சரியாக இருப்பதில்லை.

2) சில நேரங்களில் தவறான முடிவுகளைத் தரலாம்.

3) பொருத்தமற்ற மதிப்பளவுகளையும் தரலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக பிறப்பு விகிதம் 2.8 என்ற மதிப்பளவு, குடும்பத்தில் உள்ள குழந்தைகளின் கூட்டுச்சராசரி 2½ என்பது போன்றவை பொருத்தமற்றவை.

எ.கா (Problem) - 1

10 கத்தரிக்காய்களின் எடை கிராம் அளவுகளில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நேர்முக முறையாலும் (Direct Method) ஊக கூட்டுச்சராசரி முறையாலும் கூட்டுச்சராசரியை கண்டுபிடிக்க,

வஎண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
எடை	11	15	12	19	16	20	20	14	11	12

நேரடிமுறை

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு $\sum x$ கண்டுபிடிப்பதற்கு அனைத்து மதிப்பளவுகளையும் கூட்டுக. $\sum x$ யை உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணால் வகுக்க.

கூட்டுச்சராசரி $\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

$\sum x$ = 150

N = 10

= 150/10

கூட்டுச்சராசரி = 15 கிராம்

2) ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை

1) இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு ஆகும்.

2) இரு நேர்வுப் பத்திகளுடன் ஒரு அட்டவணை வரைக.

3) முதற் பத்தியில் மதிப்பளவுகளை எழுதுக.

4) ஊகக் கூட்டுச்சராசரியாக (A) ஒரு உருப்படியின் (Item) மதிப்பினைக் கருதுக.

5) ஊகக் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து (X-A) ஒவ்வொரு மதிப்பளவின் விலக்க (d) வேறுபாட்டினை கண்டறிக.

6) $\sum d$ யைப் பெறுவதற்கு அனைத்து விலக்கங்களையும் (deviations) கூட்டுக.

7) வாய்ப்பாட்டினை உபயோகிக்க.

கத்திரியின் எடை (X)	d = X - A = X - 16
11	11-16 = -5
15	15 - 16 = -1
12	12 - 16 = -4
19	19-16 = -3
16 (A)	16-16 = 0
20	20-16 = 4
20	20-16 = 4
14	14-16 = -2
11	11-16 = -5
12	12-16 = -4
	$\underline{-21}$ +11 = $\sum d$ = $\underline{-10}$

$$\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$$

$$\overline{X} = A \pm \frac{\sum X}{N}$$

$$= 16 \pm (-1)$$

$$= 16 - 1 = 15 \text{ கிராம்}$$

எனவே, கூட்டுச்சராசரி = 15 கிராம்

நேரடி முறை

வகுப்பு இடையீடற்ற இது ஒரு குழுமத்தரவு. நிமிர்வான மூன்று பத்தி வரிசைகள் வரையப்படுகின்றன. கத்திரியின் எடை முதல் பத்தி வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டாவது பத்தி வரிசையில் நிகழ்வெண் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. fx பெறுவதற்கு நிகழ்வெண்ணால் எடையைப் பெருக்கி மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்பட்டுள்ளது. $\sum fx$ பெறுவதற்கு எல்லாத்தையும் கூட்டப்படுகிறது. கூட்டுச்சராசரியைக் கண்டறிவதற்கு கத்திரியின் மொத்த எண்ணிக்கையில் $\sum fx$ யை வகுக்கப்பட வேண்டும்.

எடை (X)	நிகழ்வெண்	fx
7	14	14x7 = 98
8	16	16x8 = 128
9	19	19x9 = 171
10	15	15x10 = 150
11	18	18x11 = 198
12	12	12x12 = 144
	$\sum f = 94$	$\sum fx = 889$

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{889}{94}$$

கூட்டுச்சராசரி = 9.46கிராம்

$\overline{X}$	=	கூட்டுச்சராசரி
Σ	=	கூட்டுத்தொகை
f	=	நிகழ்வெண்
X	=	எடை

Problem : 2

கீழ்கண்ட தரவுகளின் சராசரியை கண்டுபிடிக்க.

கனியின் நீளங்கள்	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
நிகழ்வெண்கள்	13	15	14	17	11

கனியின் நீளங்கள் (வகுப்புகள்)	இடைமதிப்பு (வகுப்பு குறியீடு) m	கனிகளின் எண்ணிக்கை f	fm
10 - 20	10+20=30/2 = 15	13	15 x 13 = 225
20 - 30	20+30=50/2 = 25	15	25 x 15 = 425
30 - 40	30+40=70/2 = 35	14	35 x 14 = 560
40 - 50	40+50=90/2 = 45	17	45 x 17 = 855
50 - 60	50+60=110/2 = 55	11	55 x 11 = 775
		$\sum f = 70$	$\sum mf = 2840$

$$\overline{X} = \frac{\sum mf}{N}$$

$$= \frac{2840}{70}$$

கூட்டுச்சராசரி $\overline{X}$ = 40.58 கிராம்

$\overline{X}$ = கூட்டுச்சராசரி

$\sum$ = கூட்டுத்தொகை

m = இடைமதிப்பு அல்லது வகுப்பு குறியீடு

f = நிகழ்வெண்

N = கனிகளின் எண்ணிக்கை

1) நேரடி முறை

வகுப்பு இடையீடுடன் கூடிய குழுமத்தரவு இதுவாகும். இதில் நான்கு நிமிர்வான பத்தி வரிசை கொண்ட அட்டவணை வரையப்படுகிறது. கனிகளின் எடை (X வகுப்புகள்) முதற் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு வகுப்பின் வகுப்புக் குறியிடு (இடைமதிப்பு) (m) கணக்கிடப்பட்டு இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வகுப்பின் கீழ் (அடி) வரம்பும் மேல் வரம்பும் கூட்டப்பட்டு இரண்டால் வகுக்கப்புடுவதன் மூலம் வகுப்பு குறியீட்டைக் கணக்கிட முடியும். மூன்றாம் பத்திவரிசையில் கனிகளின் எண்ணிக்கைகள் பதியப்படுகின்றன. $\sum f$ பெறுவதற்கு மதிப்பீடுகள் கூட்டப்பட்டு அடியே குறிக்கப்படுகின்றன. இடை மதிப்பீடையும் நிகழ்வெண்ணையும் பெருக்கி கிடைக்கும் mf, நான்காம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. $\sum mf$ பெறுவதற்கு mfன் மதிப்பீடுகள் கூட்டப்பட்டு அடியே குறிக்கப்படுகின்றன.

2) ஊகக் கூட்டுச்சராசரி

வகுப்பு இடையீடுடன் கூடிய இது ஒரு குழுமத் தரவு ஆகும். ஆறு நிமிர்வான பத்திவரிசைகளுடன் கூடிய அட்டவணை

வரையப்படுகிறது. முதன் பத்தி வரிசையில் கனிகளின் எடை (X, வகுப்புகள்) பதியப்படுகிறது. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் ஒவ்வொரு வகுப்பின் இடை மதிப்பீடு பதியப்படுகிறது. இடை மதிப்பீடிலிருந்து ஊகக் கூட்டுச்சராசரியை (A) தேர்வு செய்யப்படுகிறது. பொதுவாக, வகுப்பின் இடை மதிப்பீடு மெகுவான நிகழ்வெண் கொண்டிருப்பதன் நிமித்தமாக அது தேர்வு செய்யப்படுகிறது. இங்கு இதன் மதிப்பீடு 45 ஆகும். இந்த ஊகக்கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து (X-A) ஒவ்வொரு மதிப்பீட்டிற்கும் ஆன விலக்கங்கள் (d) கண்டுபிடிக்கப்பட்டு மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகின்றன. நான்காம் பத்தி வரிசையில் நிகழ்வெண் (f) பதியப்படுகிறது. fdயைப் பெறுவதற்கு நிகழ்வெண்ணுடன் (fxd = fd) விலக்கம் (deviation) பெருக்கப்பட்டு ஆறாவது பத்தி வரிசையில் பதிவு செய்யப்படுகிறது. $\sum df$ யைச் அடைவதற்கு எல்லா fdகளையும் கூட்டி அடியே பதிவு செய்ய வேண்டும். பின்பு உரிய வாய்ப்பாட்டை உபயோகிக்கவும்.

கூட்டுச்சராசரியின் வகைகள்

கூட்டுச்சராசரி என்பது ஒரு சராசரி வகை என்பதை அறிவோம். இது ஒரு மையப்போக்கு மதிப்பீடு ஆகும். இது மூன்று வகையாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. (1) எண் கணி கூட்டுச்சராசரி (2) எண் தொடர் கூட்டுச்சராசரி (3) இசைக்கூட்டுச்சராசரி

எண்கணி கூட்டுச்சராசரி

எண் கணிப்பு முறையில் பெறப்பட்ட ஒரு சராசரி எண்கணி கூட்டுச்சராசரி எனப்படும். அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தும் ஒரு இயல்பான சராசரி இது எனலாம். எனவே இதனை கூட்டுச்சராசரி என்றே அழைப்பர். இக்கூட்டுச்சராசரி X அல்லது X bar ஆகக் குறிக்கப்படுகிறது. அனைத்து மதிப்பீடுகளும் கூட்டப்பட்டு உருப்படிகளின் (Items)மொத்த எண்ணிக்கையால் இக்கூட்டுத்தொகை வகுக்கப்படுவதன் மூலம் இச்சராசரி கணக்கிட முடியும். கூட்டுச்சராசரியின் கணக்கீட்டிற்கான எளிய வாய்ப்பாடு பின்வருமாறு

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{N}$$

$\overline{X}$ = சராசரி (X bar)

$\sum$ = கூட்டுத்தொகை

X = மதிப்பீடு

N = உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

நிறை

கூட்டுச்சராசரி நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது. கணிக்கிடுவதற்கு எளிதாக உள்ளது. கணக்கீட்டிற்கு அனைத்து உருப்படிகளும் எண்ணிப் பார்க்க முடிகின்றன. ஒவ்வொரு பதிவீட்டையும் இது தழுவியுள்ளது. பிற புள்ளியல் கணக்கீடுகளுக்கும் இச்சராசரி பயனுள்ளதாக உள்ளது.

குறைகள்

சில மதிப்பீடுகள் பேரளவுகளாக அல்லது சிற்றளவுகளாக இருந்தால் இச்சராசரி பொருத்தமில்லாமல் போய் விடுகிறது. தவறான ஆய்வு முடிவுக்கும் வழிகோலலாம். பொருத்தமற்ற மதிப்பீடுகளைத் தரலாம். அதாவது, சராசரி மூலம் கிடைக்கும் முடிவு ஒரு குடும்பத்தில் (2½) குழந்தைகள் என்பது ஏற்பதாக இல்லை.

2) எண்தொடர் கூட்டுச்சராசரி (Geometric Mean) (GM)

இதுவும் ஒரு கூட்டுச்சராசரி ஆகும். ஒரு தொகுதியில் உள்ள வெவ்வேறு உருப்படிகளின் மடக்கையின் (log) எண் கணி சராசரியின் எதிர்மடக்கை (antilog) ,எண் தொடர் கூட்டுச்சராசரி எனப்படும். விகிதங்கள், இன்டைசஸ்கள் (Indices) அல்லது இதுபோன்ற ஒப்பிட்டு எண்களை விளக்கும் பொழுது இது தேவைப்படுகிறது.

GMயைக் கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டின் மூலம் கணக்கிடலாம்.

$$Log \quad GM = \frac{\sum \log X}{N}$$

நிறைகள்

இது வெகுவளவில் வரையறுக்கப்பட்டது. தொகுதிகளின் அனைத்து உருப்படிகளையும் இது தழுவியுள்ளது. சராசரிகள், விழுக்காடுகள், விகிதங்கள் போன்றவற்றில் பயன்மிக்கதாக இது உள்ளது. பொருளடக்க எண் கட்டுமானத்தில் பொருளாதார மற்றும் வியாபார புள்ளியியல்களில் இது பயனளிக்கிறது. கூடுதலாக கணித் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுகிறது. மாதிரியின் (Sampling) ஏற்ற இறக்கத்தால் இது பாதிக்கப்படுவதில்லை.

குறைகள்

சாதாரண நபர்களுக்கு இது எளிதாக இருப்பதில்லை. கணக்கிடுவதற்கு கடினமாக உள்ளது. தரவுகளில் பூஜ்யம் அல்லது எதிர்மறை (Negative) மதிப்பீடுகள் இருந்தால் GM மூலம் கணக்கிட முடிவதில்லை.

தீர்வுக் கணக்குகள் (Solved Problems)

ஐந்து தக்காளிச் செடிகளிலிருந்து தோன்றிய தக்காளிகள் கீழ்க்கண்ட எண்ணிக்கைகளில் சேகரிக்கப்பட்டன. இதன் எண் தொடர் கூட்டுச்சராசரியை கண்டுபிடிக்க.

3, 9, 6, 7, 5

GM	=	$(X_1 \times X_2 \times X_3 \times X_4 \times X_5)^{1/2}$
	=	$(3 \times 9 \times 6 \times 7 \times 5)^{1/5}$
GM	=	$(5670)^{1/5}$
Log GM	=	$1/5 \times \log 5670$
	=	$1/5 \times 1134$
	=	226.8

3) இசைக் கூட்டுச்சராசரி (Harmonic Mean) (HM)

இசைக்கூட்டுச்சராசரி என்பது கிடைப்பெற்ற விபரங்களின் தலைகீழ் மதிப்பீடுகளின் சராசரி தலைகீழ் மதிப்பளவு என வரையறுக்கப்படுகிறது.

தனித்தனி பதிவீடுகளின் (Observations) எதிரிடையான எண்கணிப்பு சராசரியின் எதிரீட்டினை இசைக் கூட்டுச்சராசரி என அழைப்பர்.

இதுவும் ஒரு சராசரி, மையப்போக்கு அளவீடாக உள்ளது. வேகங்கள், வீதங்களுடன் ஈடுபடும்பொழுது இது பயன்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்பாட்டின் மூலம் இச்சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

$$HM = \frac{N}{\sum f/x}$$

N	=	உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை
X	=	மதிப்பீடு
f	=	நிகழ்வெண்

பின்வரும் தரவுக்கான இசைக் கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க.

செய்முறை

X	10	20	25	40	50
f	20	30	50	15	5

x	f	f/x
10	20	2.000
20	30	1.500
25	50	2.000
40	15	0.375
50	5	0.100
	120	5.975

$$HM = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{x}\right)}$$

$$= \frac{120}{5.975} = 20.1$$

கீழ்க்கண்ட தரவு மூல் இசைக் கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க

X	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	4	6	10	7	3

செய்முறை

X	f	m	f/m
10-20	4	15	0.266
20-30	6	25	0.240
30-40	10	35	0.285
40-50	7	45	0.155
50-60	3	55	0.055
	30		1.001

$$HM = \frac{N}{\sum f/m} = \frac{30}{1.001} = 29.9$$

நிறைகள்

நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது. அனைத்து உருப்படிகளும் உள்ளடக்கியது. அதிகளவு வேறுபாடுள்ள தொகுதிகளிலும் இது பயன்படுகிறது. வேகங்கள், நேரங்கள் தொடர்பான விபரங்களின் சராசரிக்கு இது பயன்படுகிறது. மென்மேலும் கணித கணக்கீட்டிற்கு இதனைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

குறைகள்

இதனைப் புரிந்து கொள்வதும் கணக்கிடுவதும் கடினம். அனைத்து உருப்படிகளும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் மட்டுமே இதனைக் கணக்கிட முடியும். ஒரு எண் பூஜ்யமாகவோ அல்லது மதிப்பளவு எதிர்மறையாகவோ (Negative) இருந்தால் இச்சராசரியைக் கணக்கிட இயலாது.

2) இடைநிலை (Median) (md)

ஏறுவாக்கு அல்லது இறங்குவாக்கு முறையில் மதிப்பீடுகள் வரிசைப்படுத்தும்பொழுது ஒரு தரவின் மைய மதிப்பை, இடைநிலை (Median) என அழைப்பர். எந்த ஒரு எண் ஒரு பரவலை (distribution) சம கூறாகப் பிரிக்கிறதோ அதுவே இடைநிலை மதிப்பு எனப்படும். (அதாவது, உருப்படிகளின் ஒரு பகுதி இடைநிலைக்கு அதிகமாகவும் மறுபகுதி இடைநிலைக்கு குறைவாகவும் இருக்கும்). குழும மற்றும் குழுமமற்ற தரவுகளுக்கு இடைநிலை மதிப்பை கணக்கிட்டுக் கொள்ள முடியும்.

குழுமமற்ற தரவிற்கான இடைநிலையின் கணக்கீட்டிற்கான வாய்ப்பாடு பின்வருமாறு

$$\text{Md} \quad = \text{மதிப்பளவு} \quad \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th} \text{உருப்படி}$$

ஒற்றைப்படை உருப்படிகளாக இருந்தால் அப்பொழுது இடைநிலை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$Md = \frac{13+1}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

இடைநிலை = ஏறுவாக்கு முறையில் உருப்படிகள் வரிசைப்படுத்தும் பொழுது உருப்படி 6ன் மதிப்பளவு ஆகும்.

இரட்டைப்படை உருப்படிகளாக (Items) இருக்கும் பொழுது இடைநிலை எண் இரு உருப்படிகளின் இடையே விழுகிறது. இந்த இரு உருப்படிகளின் மதிப்புகள் கூட்டப்பட்டு 2ல் வகுக்கப்பட்டால் இடைநிலை கிடைத்துவிடுகிறது. 12 உருப்படிகள் இருந்தால் இடைநிலை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$Md = \frac{12+1}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

இடைநிலை - உருப்படி 6.5ன் மதிப்பளவு

உருப்படி 6 மற்றும் 7ன் மதிப்புகளைக் கூட்டி 2ல் அக்கூட்டுத் தொகையை வகுத்தால் 6.5 என்ற மதிப்பளவு கிடைத்து விடுகிறது.

கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டின் மூலம் வகுப்பு இடையீடுடன் கூடிய ஒரு குழுமத்தரவின் இடைநிலையைக் கணக்கிட்டுக் காட்ட முடியும்.

$$\text{இடைநிலை} = L + \left(\frac{\left(\frac{N}{2} - cf\right)}{f}\right) \times C$$

L = இடைநிலை வகுப்பின் கீழ் வரம்பு

N = மொத்த நிகழ்வெண்

cf = இடைநிலை வகுப்பிற்கு முந்திய ஒன்று திரண்ட நிகழ்வெண்

f = இடைநிலை வகுப்பின் நிகழ்வெண்

நிறைகள்

நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது. புரிந்து கொள்வதும் கணக்கிடுவதும் எளிது. புறமதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை. தனித் தொகுதியில் பார்த்த மாத்திரத்தில் இதன் மதிப்பைக் கூறிவிட முடியும். வரைபட (Graphic) மூலமும் இதனைக் கணக்கிட்டுக் காட்டலாம்.

குறைகள்

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் அதிகமாக இருந்தாலோ அல்லது பெரிதாக இருந்தாலோ அவற்றை ஏறுவாக்கில் அல்லது இறங்குவாக்கில் எழுதுவது கடினம். சில வேளைகளில் இது சரியான மதிப்பீடாக இராது. எடுத்துக்காட்டாக 1,2,3,4,100 என்ற தொகுதியில் நடுவே உள்ள 3 இடைநிலையைக் குறிக்கிறது. இது சரியான அளவாக ஆகாது. இடைநிலை என்பது நிலையானதல்ல. ஏனெனில் உருப்படிக்கள் மாறும்போது இதன் மதிப்பும் மாறுபடும்.

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் எலுமிச்சையின் இடைநிலை எடையைக் கண்டுபிடி

வரிசை எண்	1	2	3	4	5
எடை (கிராம்களில்)	12	13	11	18	17

உருப்படிகள் ஒற்றைப்படை எண்ணுடன் கூடிய குழுமமற்ற தரவு மதிப்பளவுகள் ஏறுவாக்கில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

வ.எண்	1	2	3	4	5
எடை (கிராமின்)	11	12	13	17	18

வாய்ப்பாடு

$$MD = \text{மதிப்பளவு} \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th} \text{உருப்படி}$$

$$\frac{5+1}{2}$$

$$= \frac{6}{2} = 3$$

=

= 3வது உருப்படியின் மதிப்பு

விடை Md = உருப்படி 3வதின் மதிப்பு = 13 கிராம்

கீழ்க்கண்ட தரவுக்கான இடைநிலையைக் காண்க

வ.எண்	1	2	3	4	5	6	7	8
தக்காளி எடை (கிராமில்)	9	10	13	14	17	15	19	18

றுவாக்கு முறையில் தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன

வ.எண்	1	2	3	4	5	6	7	8
தக்காளி எடை (கிராமில்)	9	10	13	14	15	17	18	19

ாய்ப்பாடு

Md = மதிப்பு $\left(\frac{N+1}{2}\right)^{th}$ உருப்படி

$$\frac{8+1}{2}$$

$$\frac{9}{2}$$

= உருப்படி 3.5க்கான மதிப்பு

இடைநிலை என்பது 4வது மற்றும் 5வது உருப்படிகளின் இடையே அமைகிறது.

எனவே, 4வது உருப்படியின் மதிப்பு = 14

5வது உருப்படியின் மதிப்பு = 15

எனவே இடைநிலை = $\frac{14+15}{2}$

$\frac{29}{2}$

இடைநிலை = 14.5கிராம்

Problem - 3

கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து பீன்ஸ்களின் இடைநிலை நீளத்தைக் காண்க.

பீன்ஸ்களின் நீளம் (செ.மீல்)	4	5	6	7	8	9	11	13
பீன்ஸ்களின் எண்ணிக்கை	13	15	18	20	19	16	14	11

இது ஒரு குழுமத் தரவு வகுப்பு இடையீடு இல்லாமல் உள்ளது. இதற்காக மூன்று பத்தி வரிசை கொண்ட அட்டவணை வரையப்படுகிறது. முதல் பத்தி வரிசையில் பீன்ஸ்களின் நீளம் குறிக்கப்படுகிறது. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் பீன்ஸ்களின் எண்ணிக்கை (N) பதியப்படுகிறது. ஒன்றுதிரட்டிய நிகழ்வெண் கண்டுபிடித்து மூன்றாம் பத்திவரிசையில் பதிவு செய்யப்படுகிறது. இதன்பின்பு வாய்ப்பாட்டை உபயோகிக்க வேண்டும்.

பீன்ஸ்களின் நீளங்கள் (செ.மீ.ல்)	பீன்ஸ்களின் எண்ணிக்கை	ஒன்றுதிரட்டிய நிகழ்வெண் cf
4	13	13
5	15	28
6	18	46
7	20	66
8	19	85
9	16	101
11	14	115
13	11	126

இடைநிலை = மதிப்பு $\left(\frac{N+1}{2}\right)^{th}$ உருப்படி

$$\frac{126+1}{2}$$

$$\frac{127}{2}$$

= 63.5வது உருப்படி

இந்த தரவில் உருப்படி 63.5 ஒன்று திரண்ட நிகழ்வெண்களின் 46 மற்றும் 66க்கு இடையே அமைகிறது. எனவே, அதிகபட்ச ஒன்றுதிரட்டிய நிகழ்வெண் 66ம் அதன் தொடர்புடைய 4 செ.மீ எடையும் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன.

எனவே, இடைநிலை = 4 செ.மீ

எனவே, பீன்ஸின் இடைநிலை நீளம் = 4 செ.மீ

Problem : 4

பின்வரும் தரவுகளுக்கான இடைநிலையைக் காண்க

மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
எண்ணிக்கை	185	77	34	180	136	23	50

வகுப்பு இடையீடுகளுடன் கூடிய ஒரு குழும தரவு இது. மூன்று பத்தி வரிசை கொண்ட ஒரு அட்டவணை வரைக. ஒன்று திரண்ட நிகழ்வெண் கண்டறிக. N/2 வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி 685/2 = 342.50 என இடைநிலை வகுப்பு கண்டறியப்படுகிறது. ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் 476 மற்றும் 296க்கு இடையில் அமைகிறது. எனவே, வகுப்பு 40-50 கொண்டுள்ள அதிகபட்ச நிகழ்வெண், 476. இடைநிலை வகுப்பாக தேர்வு செய்யப்படுகிறது. இடைநிலை வகுப்பின் கீழ்வரம்பீடு (lower limit) 296 ஆகும். இடைநிலை வகுப்பின் உண்மையான நிகழ்வெண் 180 ஆகும். இடைநிலை வகுப்பின் முந்திய வகுப்பின் ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் 296 ஆகும். இதன்பின்பு வாய்ப்பாட்டை உபயோகிக்க

$$\text{இடைநிலை} = L+\left(\frac{N/2-cf}{f}\right)\times C$$

இங்கு,

L = இடைநிலை வகுப்பின் கீழ்வரம்பீடு = 40

N = மொத்த நிகழ்வெண் = 685

cf = இடைநிலை வகுப்பின் முந்திய ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண்= 296

c = இடைநிலை வகுப்பின் வகுப்பு இடையீடு= 10

f = இடைநிலை வகுப்பின் நிகழ்வெண் = 100

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	ஒன்றுதிரட்டிய நிகழ்வெண் cf
10-20	185	185
20-30	77	262
30-40	34	296
40-50	180	476
50-60	136	612
60-70	23	635
70-80	50	685
	N = 685	cf = 685

இடைநிலை $= 40 + \left(\dfrac{\dfrac{685}{2} - 296}{180} \right) \times 10$

$$= 40 + \left(\frac{342.50 - 296}{180} \right) \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{46.5}{180} \right) \times 10$$

$$= 40 + (0.258 \times 10)$$

$$= 40 + 2.58$$

(Md) இடைநிலை மதிப்பெண் = 42.58

3. முகடு (Mode) / MO

முகடு என்பது மாறியலின் மதிப்பீடு. இது ஒரு பரவலினுள்ளே அடிக்கடி நிகழ்கிறது. ஒரு அட்டவணையில் பல தடவைகள் நிகழும் (தோன்றும் / நேரிடும்) மதிப்பீடு (Value) முகடு எனப்படும்.

முகடு என்பது ஒரு அமைவிட சராசரி ஆகும். இது ஒரு மைய மதிப்பீட்டின் அளவீடு எனலாம். தரவானது நிகழ்வெண்ணின் ஒரு முகப்பாடு கொண்டிருந்தால் அது ஒற்றை முகடு (unimodel) எனப்படும். இருமுகப்பாடுகளை தரவு கொண்டிருந்தால் அத்தரவு இரு முகடு (bimodel) என்றும் மூன்று முகப்பாடு கொண்டிருப்பின் அத்தரவு மும்முகடு (Trimodel) என்றும் அழைப்பர். குழும, குழுமமற்ற தரவுகளுக்கு முகடைக் கணக்கிட்டுக் காட்ட முடியும். ஒரு குழுமமற்ற தரவின் முகட்டினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு மதிப்பீடுகள் (Values) ஏறுவாக்கு முறையில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. எந்த எண் பல தடவைகள் தோன்றுகின்றதோ அம்மதிப்பு முகடு எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 18,21,23,23,23,25,25,27,29,29 என்ற இத்தொடரில் 23 என்ற மதிப்பு பல தடவைகளில் அதிகமாகத் தோன்றியுள்ளன. எனவே, 23 என்பது முகடு எனக் கருதப்படுகிறது.

ஒரு பிரிநிலை (discrete) பரவலின் முகடு அதிகபட்ச நிகழ்வெண்ணைக் காட்டும் மாறியலின் மதிப்பாக உள்ளது.

Number of Apple Trees	12	13	14	15	16	17	18
Number of Apples	10	6	14	26	28	9	13

மேற்கண்ட அட்டவணையில் 28 என்பது முகடு. ஏனெனில் இதன் மதிப்பீடுகள் இங்கு அதிகளவில் உள்ளன.

நிறைகள்

முகடினை எளிதாகக் கண்டறிய முடியும். இதற்காக கணக்கீடு தேவைப்படுவதில்லை. புற மதிப்பீடுகளால் முகடு பாதிக்கப்படுவதில்லை. வரைகலை மூலமும் முகடினைக் கணக்கிட முடியும்.

குறைகள்

முகடினை தெளிவாக வரையறுக்க முடிவதில்லை. அனைத்து பதிவீடுகளையும் (Observations) இது தழுவியிருப்பதில்லை. மேலும்

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடைவீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்
பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை
அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள்
வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே
11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து
முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும்.
ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம்
எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள்
பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

இது நம்பகத் தன்மையற்றது. மென்மேலும் புள்ளியற் கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட தரவு மூலம் மாம்பழ எண்ணிக்கைகளின் முகடினை அறிக.

மாம்பழ எண்ணிக்கை	8	11	14	11	12	10	13	15	11	14

இது ஒரு குழுமமற்ற தரவு. ஏறுவாக்கில் இத்தரவுகள் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன.

8	10	11	11	11	12	13	14	14	15

11 என்ற மதிப்பு திரும்பத்திரும்ப 3 தடவை வருகிறது. எனவே 11 என்பதை முகடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

Problem : 2

ஆப்பிள்களின் எடையைப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து முகடினைக் கண்டறிக.

ஆப்பிள்களின் எடை (கிராம்களில்)	22	23	21	20	17	18
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	23	26	25	28	32	30

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடற்ற ஒரு குழுமத்தரவு ஆகும். ஆய்ந்தறிதல் மூலம் முகடு உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. 17கிராம் எடையளவுகளில் அதிகப்பட்ச எண்ணிக்கையான 32 ஆப்பிள்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே, 17கி என்ற மதிப்பு முகடாகக் கருதப்படுகிறது.

கீழ்க்கண்ட குழுமத் தரவிலிருந்து முகடினைக் கணக்கிடுக.

பீன்ஸ்களின் எடை (கிராம்களில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
பீன்ஸ்களின் எண்ணிக்கை	4	6	12	8	2	4

இது ஒரு வகுப்பு இடையீடுகளுடன் கூடிய குழுத்தரவு. அதிகளவு நிகழ்வெண் அடங்கிய வகுப்பு, முன்மாதிரி வகுப்பாக (Model Class) உள்ளது. இங்கு முன்மாதிரி வகுப்பு 20-30 ஆக உள்ளது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை உபயோகிக்க.

முகடு $$= L+\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)\times C$$

L = முன் மாதிரி வகுப்பின் கீழ்வரம்பு = 20

Δ_1 = முன்மாதிரி வகுப்பின் (f_1) நிகழ்வெண்ணிற்கும் முன்வரும் முன்மாதிரி வகுப்பின் (f_0)நிகழ்வெண்ணிற்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாடு $\Delta_1 = f_1 - f_0$

Δ_2 = முன்மாதிரி (f_1) நிகழ்வெண்ணிற்கும் பின்வரும் (Succeeding) முன்மாதிரி வகுப்பின் (f_2) நிகழ்வெண்ணிற்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாடு $\Delta_2 = f_1 - f_2$

C = முன்மாதிரி வகுப்பின் வகுப்பு இடையீடு = 10

f_1 = முன்மாதிரி வகுப்பின் நிகழ்வெண் = 12

f_0 = முன்வரும் முன் மாதிரி வகுப்பின் நிகழ்வெண் = 6

f_2 = பின்வரும் முன்மாதிரி வகுப்பின் நிகழ்வெண் = 8

	எடை (கிராம்களில்)	எண்ணிக்கை
	0-10	4 f_0
முன்வரும் வகுப்பு →	10-20	6 $f_1 \rightarrow f_0$
முன்மாதிரி வகுப்பு →	20-30	12 $f_2 \rightarrow f_1$
பின்வரும் வகுப்பு →	30-40	8 $\rightarrow f_2$
	40-50	2
	50-60	4

முகடு $=20+\left(\frac{12-6}{12-6+12.8}\right)\times 10$

$$=20+\left(\frac{6}{6+4}\right)\times 10$$

$$=20+\left(\frac{6}{10}\right)\times 10$$

$$=20+(0.6\times 10)$$

விடை முகடு = 26 கிராம்

Problems : 1

கீழக்கண்ட தரவுகளிலிருந்து இசைக் கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க.

10, 20, 30, 40, 50

X	10	20	30	40	50
1/X	1/10	1/20	1/30	1/40	1/50
1/X	0.1	0.05	0.033	0.025	0.02
					$\Sigma \frac{1}{X}$=0.228

$$HM = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

$$= \frac{5}{0.228}$$

$$HM = 21.93$$

எடை கிராம்களில்	14	15	16	13	17
நிகழ்வெண்	20	35	18	13	14

$$HM = \frac{\sum f}{\sum fxYx}$$

14

கைவர்க்க சோதனையும் பொருத்த நேர்த்தியும் (Chi-Square Test and Goodness of fit)

கைவர்க்க சோதனை என்பது ஒரு முக்கியத்துவமிக்க சோதனையாகும். எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்களால் வகுக்கப்பட்டு பதிவீடு மற்றும் எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்களில் உள்ள விலக்க வர்க்கத்தின் கூட்டுத்தொகை கைவர்க்கம் எனப்படும்.

$$\chi^2 = \sum\left(\frac{O-E}{E}\right)^2$$

χ^2 = கை வர்க்கம்

$\sum$ = கூட்டுத்தொகை

O = பதிவீடு நிகழ்வெண்

E = எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்

Chi என்ற சொல் கிரேக்க வார்த்தையிலிருந்து தோன்றியது. Kye என உச்சரிக்கப்படுகிறது. இதன் குறியீடு χ இவ்விதமாகக் குறிக்கப்படுகிறது. χ^2 சோதனை பிஸ்சர் என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு பியர்ஸன் என்பவரால் தோற்றுவிக்கப்பட்டதாகும். கைவர்க்கம் ஒரு ஆய்வின் சராசரியை சோதனை செய்ய பயன்படுகிறது. இது பொருத்த நேர்த்தி (Goodness of fit) ஆய்வு செய்வதற்கும் பயன்பட்டு வருகிறது. ஒரு ஆய்வை கொண்டு செலுத்தும் பொழுது அவ்வாய்வு ஒரு எதிர்பார்ப்பு முடிவைக் கொண்டிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பண்பு கலப்பு விகித சோதனை செய்த பொழுது F_2 சந்ததியின் மகவு (Offspring) 3:1 (3/4 உயரம் 1/3 குட்டை) என்ற விகிதத்தில் தோன்றும். இந்த 3:1 விகிதம் எதிர்பார்ப்பு முடிவு அல்லது கோட்பாட்டு முடிவாக இருக்கும்.

பதிவிடப்பட்ட முடிவோடு எதிர்பார்ப்பு முடிவுடன் பதிவிடப்பட்ட முடிவு ஒத்துப்போனால் அம்முடிவு நன்று (Good) அல்லது இப்பொருத்தம் நன்று என்பர்.

பதிவீடு முடிவு மிக அதிகமாகவோ அல்லது மிகக்குறைவாகவோ இருந்தால் அப்பொழுது அம்முடிவு நன்று இல்லை என்பதாகவோ அல்லது இப்பொருத்தம் மோசம் என்பதாகவோ இருக்கலாம். பதிவீடு முடிவு மிக அதிகமாகவோ அல்லது மிகக் குறைவாகவோ இருந்தால் அப்பொழுது

அம்முடிவு நன்று அல்ல அல்லது இப்பொருத்தம் மோசம் ஆகும். இவ்விதமாக χ^2 சோதனை பொருத்த நேர்த்தி (Goodness of fit) சோதனைக்குப் பயன்பட்டு வருகிறது.

எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்களுக்கும் (முடிவுகளுக்கும்) பதிவீடு நிகழ்வெண்களுக்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாட்டை கைவர்க்க சோதனை அளவிடுகிறது. எதிர்பார்ப்பு மற்றும் பதிவீடு நிகழ்வெண்களுக்கு இடையே வேறுபாடு இல்லாமல் இருந்தால் அக்கை வர்க்கம் பூஜ்யம் ஆக இருக்கும். χ^2 பூஜ்யமாக இருந்தால் இந்த சோதனை அல்லது கோட்பாடு பொருத்தம் என்பது அறியப்படும். எதிர்ப்பார்ப்பு மற்றும் பதிவீடு (Observed) நிகழ்வெண்களுக்கு இடையேயான வேறுபாடு முக்கியத்துவம் அற்றது. இந்நிலையில், இக்கோட்பாடு ஏற்கப்படுகிறது.

கணக்கிடப்பட்ட χ^2 மதிப்பு எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்ணைவிட அதிகமாக இருந்தால் அம்மாறுபாடு முக்கியத்துவமிக்கது. இந்நிலையில் இக்கோட்பாடு ஒதுக்கப்படுகிறது. எதிர்பார்ப்பு மதிப்பீடைக் காட்டிலும் கணக்கிடப்பட்ட χ^2 மதிப்பு குறைவாக இருந்தால் இம்மாறுபாடு முக்கியத்துவமற்றதாக (not significant) உள்ளது.

ஆகவே, கைவர்க்க சோதனை முக்கியத்துவத்தின் ஒரு சோதனையாக உள்ளது. ஏனென்றால், ஒரு பதிவீட்டில் அல்லது சோதனையில் பதிவீடு நிகழ்வெண்களுக்கு எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்களுக்கும் இடையேயான வேறுபாட்டை சோதிப்பதற்கு χ^2 பயன்படுகிறது. பொருத்த நேர்த்தியை ஆய்வு செய்வதற்கு χ^2 அட்டவணை என அழைக்கப்படும் ஒரு அட்டவணை உள்ளது. இந்த அட்டவணை வெவ்வேறு விழுக்காட்டு அளவுகளில் அட்டவணை மதிப்பீடுகளைத் தருகிறது. பொதுவாக, 5% அல்லது 1% அளவு கருத்தில் கொள்ளப்படுகிறது.

தற்சார்பு படிநிலை

(Degree of freedom)

சோதனையில் செயற்படும் வகுப்புகளின் எண்ணிக்கையை χ^2 சோதனை சார்ந்துள்ளது. இதுவே தற்சார்பு படிநிலை என அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு சோதனையில் செயற்படும் வகுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் குறித்துக் காட்டுவதற்கு தற்சார்பு படிநிலை பயன்படுத்தப்படுகிறது. தற்சார்பு படிநிலை எண்ணிக்கை வகுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காட்டிலும் எப்பொழுதும் ஒன்று குறைவாகவே இருக்கும். தற்சார்பு படிநிலையை எளிய வாய்ப்பாடு மூலம் காட்டலாம்.

$$df = n - 1,$$

df என்பது தற்சார்பு படிநிலை

n என்பது வகுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.

நாணயம் சுண்டிவிடும் சோதனையில், தலை மற்றும் வால் (head and tail) எனும் இரு சாத்தியங்கள் அல்லது வகுப்புகள் உள்ளன. எனவே, தற்சார்பு படிநிலை 2-1=1 என்றவாறு உள்ளது. குழந்தைப்பேறு விவாகாரத்தில் ஆண் அல்லது பெண் சாத்தியமே உள்ளது. எனவே, இங்கேயும் தற்சார்பு படிநிலை (df) 2-1=1 ஆக உள்ளது.

ABO குருதிக் குழுமத்தில் ஒரு நபர் A அல்லது B அல்லது AB அல்லது O வகைக் குருதியைக் கொண்டிருக்கலாம். இங்கு வகுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 4. எனவே df ஆனது 4-1=3 ஆக உள்ளது. ஒரு பகடையில் எண்களுடன் கூடிய 6 பக்கங்கள் உள்ன. எனவே, பகடையின் df மதிப்பு 6-1=5 ஆக உள்ளது.

Null Hypothesis
இல்லாநிலை கோட்பாடு

χ^2 சோதனை மேற்கொள்ளப்பட்ட பொழுது, எதிர்பார்ப்பு முடிவுகளுக்காக ஒரு ஊகம் பண்ணப்படுகிறது. எதிர்ப்பார்ப்பு முடிவுகளுக்காக χ^2 சோதனையில் பண்ணப்படும் இவ்வூகம் இல்லாநிலை கோட்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது. இக்கோட்பாட்டின்படி பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு ஆகியவற்றின் இடையேயான வேறுபாடு '0' (பூஜ்யம்). எனவே, இது இல்லாநிலை கோட்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது. இக்கோட்பாடு சுருக்கமாக HO என குறிக்கப்படுகிறது.

இல்லாநிலைக் கோட்பாட்டினை ஒரு நாணய சுண்டிவிடும் சோதனை மூலம் விளக்கிக் காட்ட முடியும். ஒரு நாணயத்தை 100 தடவைகள் சுண்டிவிட்ட பொழுது 50 தடவைகள். தலை தோன்றலாம். இன்னொரு 50 தடவைகள் வால் தோன்றலாம் என நாம் அனுமானிப்போம். இதுவே இல்லாநிலைக் கோட்பாடு எனப்படும். 48 தடவைகள் தலைகள் 52 தடவைகள் வால் தோன்றினால் இக்கோட்பாடு ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது. இதற்குப் பதிலாக, 90 தடவைகள் தலைகளும் 10 தடவைகள் வால்களும் தோன்றினால் இக்கோட்பாடு ஏற்கப்படாமல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

χ^2 சோதனையைக் கணக்கிடுவதற்கு கீழ்க்கண்ட படிநிலைகள் (Steps) பின்பற்றப்படுகின்றன.

1. இல்லாநிலைக் கோட்பாடு முன் வைக்கப்படுகிறது. பதிவிடப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு (O-E)க்கு இடையேயான வேறுபா

கணக்கிடப்பட வேண்டும். விலக்கங்களை $(O-E)^2$ வர்க்கமூலமாக்க வேண்டும். $(O-E)^2$யை அதன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்ணால் E வகுக்கப்படுகிறது. 4ம் படிநிலையில் பெறப்பட்ட அனைத்து மதிப்புகளும் கூட்டப்பட வேண்டும். அந்தந்த முக்கியத்துவ மட்டங்களில் χ^2 லிருந்து அட்டவணை மதிப்பு கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பொதுவாக மட்டம் 5% அல்லது 1% ஒரு கருதுகோள் (Inference) எழுதப்படுகிறது. χ^2ன் கணக்கிடப்பட்ட அளவு பூஜ்யமாக இருப்பின் அக்கோட்பாடு ஏற்கப்படுகிறது அட்டவணை மதிப்பைக் காட்டிலும் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அதிகமாக இருந்தால் அக்கோட்பாடு நிராகரிக்கப்படுகிறது. அட்டவணை மதிப்பைக் காட்டிலும் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு குறைவாக இருந்தால் அவ்வேறுபாடு முக்கியமற்றதல்ல.

χ^2 சோதனையின் பயன்கள்

எதிர்பார்க்கப்பட்ட மற்றும் கணக்கிடப்பட்ட நிகழ்வெண்களுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டு முக்கியத்துவத்தை கண்டறிய χ^2 சோதனை பயன்படுகிறது. இரு நிகழ்வுகளுக்கு இடையே ஒன்று சேர்வு சோதனைக்கு இது பயன்படுகிறது. நேர்த்தி பொருத்த சோதனைக்கும் இது பயன்படுகிறது.

Problem : 1

ஒரு நாணயம் 100 தடவைகள் சுண்டிவிடப்படுகின்றன. 60 தடவைகள் தலையும் 40 தடவைகள் வாழும் தோனறுகின்றன. இந்த நாணயம் ஒருசார்பற்றதா (Unbiased) என்பதை χ^2 சோதனை மூலம் மெய்ப்பித்துக் காட்டுக.

1) இல்லாநிலைக்கோட்பாடு - தலை அல்லது வால் என இரண்டிலொன்றுக்கு ஒரு சார்ப்பு இயல்பை நாணயம் கொண்டிருக்கவில்லை

2) முக்கியத்துவத்தின் மட்டம் 5%

3. எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்கள் தீர்மானிப்பு (E)

4. தற்சார்பு படிநிலை (df) = n - 1

n = நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை = 2, தலை மற்றம் வால்

df = n - 1 = 2 - 1 = 1

5. உபயோகிக்கும் வாய்ப்பாடு

$$\chi = \left(\frac{(O-E)^2}{E}\right)$$

O = பதிவிடப்பட்ட நிகழ்வெண்கள்

E = எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்

சாத்தியங்கள் (Possibilities)	பதிவிடப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (O)	எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்கள் (E)
தலை	60	50
வால்	40	50

சாத்தியங்கள்	பதிவிடப்பட்ட நிகழ்வெண் (O)	எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண் (E)	(O-E)	$(O-E)^2$	$\frac{(O-E)^2}{E}$
தலை	60	50	60-50=10	$(10)^2 = 100$	100/50=2.0
வால்	40	50	40-50=-10	$-(10)^2 = 100$	100/50=2.0
					=4

$$\chi^2 = \Sigma\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right) = 4$$

கணக்கிடப்பட்ட χ^2 மதிப்பு = 4

1df க்கு 5% சதவீதம் மட்டத்தில்

அட்டவணை மதிப்பு = 1

Problem : 2

இரண்டு இருதர பட்டாணிச் செடிகளை கலப்பு செய்த பொழுது F_2 சந்ததியில் 1600 பட்டாணிச் செடிகள் தோன்றின. இவற்றில் 940 மஞ்சள் உருண்டை, 260 மஞ்சள் சுருங்கிய, 340 பச்சை உருண்டை, 60 பச்சை சுருங்கிய விதைகள் தோன்றின. கைவர்க்க சோதனை மூலம் மெண்டலின் இரு பண்பு கலப்பு விகிதத்திலிருந்து (9:3:3:1) இந்த மதிப்புகள் விலகிச் சென்றனவா அல்லது உண்மையான தன்னிச்சையாக பிரிந்தொதுங்கல் ஏற்பட்டதா என்பதை அறிக.

தீர்வு - நிலைகள்

1. இல்லாநிலைக் கோட்பாடு : உண்மையானதன்னிச்சையாக பிரிந்தொதுங்கல் உள்ளது. பதிவிடப்பட்ட மதிப்புகளுக்கும் மெண்டலின் இருபண்பு கலப்பு விகிதமான 9:3:3:1க்கும் இடையே வேறுபாடு இல்லை.

2. முக்கியத்துவத்தின் மட்டம் 5%

3. தீர்மானிக்கும் எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண் (E) மெண்டலின் இருபண்பு கலப்பு விகிதம் 9:3:3:1

மஞ்சள் உருண்டை =9 மொத்தம் 1600 = E = 9/16x1600 = 900

மஞ்சள் சுருங்கியது=3 மொத்தம் 1600 = E = 3/16x1600 = 300

பச்சை உருண்டை =3 மொத்தம் 1600 = E = 3/16x1600 = 300

பச்சை சுருங்கியது =1 மொத்தம் 1600 = E =1/16x1600= 100/1600

4.. தற்சார்பு படிநிலை = n - 1

கணக்கீடு $\chi^2 = \sum\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right)$

இங்கு O = பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு

E = எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு

மாறியல்கள்	O	E	O-E	(O-E)²	$\frac{(O-E)^2}{E}$
மஞ்சள் உருண்டை	940	900	40	1600	1.77
மஞ்சள் சுருங்கியது	260	300	-40	1600	5.33
பச்சை உருண்டை	340	300	40	1600	5.33
பச்சை சுருங்கியது	60	100	-40	1600	16.00
				$\sum$	= 28.43

$$X^2 = \sum\left(\frac{(O-E)}{E}\right) = 28.43$$

கணக்கிடப்பட்ட X^2 மதிப்பு = 28.43

மிக்கான 5% முக்கித்துவ மட்டத்தில் அட்டவணை χ^2 மதிப்பு = 7.81

Inference

அட்டவணை χ^2 மதிப்பு (7.81) கணக்கிடப்பட்ட χ^2 மதிப்பு (28.43) அதிகமாக உள்ளது. எனவே, இக்கோட்பாடு நிராகரிக்கப்படுகிறது. இன்னொரு வகையில் உண்மையான தன்னிச்சையாக பிரிந்தொங்குதல் அல்லது மெண்டலின் இருபண்பு கலப்பு விகிதத்திலிருந்து 9:3:3:1 பதிவிடப்பட்ட மட்ட மதிப்புகள் விலகிச் செல்கின்றன.

Problem : 3

ஹெட்டிரோசைகஸ் வகையான ஒரு கறுப்பு எலியை இன்னொரு ஹெட்டிரோசைகஸ் வகையான கறுப்பு எலியுடன் கலப்பு செய்த பொழுது F_2 சந்ததியில் 43 கறுப்பு, 15 க்ரீம், 22 அல்பினோ நிறங்கொண்ட மகவுகள் (Offsprings) தோன்றின. கைவர்க்கத்தைப் பயன்படுத்தி 9:3:4 விகிதங்கொண்ட மரபியல் கோட்பாடு தரவுடன் ஒத்துள்ளதை இது ஆய்க.

தீர்வு

நிலைகள்

1) இல்லாநிலைக் கோட்பாடு 9:3:4 என்ற மரபியற் கோட்பாடு தரவுடன் ஒத்து இருக்கிறது.

2) முக்கியத்துவ மட்டம் 5%

3) தீர்மானிக்கும் எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்கள் (E)

மரபியற் கோட்பாடு 9:3:4

∴ கறுப்பு	= 9	மொத்த மகவு = 80	∴ E = 9/16x80	= 45
க்ரீம்	= 3	மொத்த மகவு = 80	∴ E = 3/16x80	= 15
அல்பினோ	= 4	மொத்த மகவு = 80	∴ E = 4/16x80	= 20
	16			80

தற்சார்பு படிநிலை கண்டறிதல் : df = n - 1 = 3 - 1 = 2

கணக்கீடு

$$\chi^2 = \sum\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right)$$

இங்கு,

O = பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு

E = எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு

மாறியங்கள்	O	E	O-E	$(O-E)^2$	$\sum\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right)$
கறுப்பு	43	45	-2	4	0.08
கிரீம்	15	15	0	0	0
அல்பினோ	22	20	2	4	0.20
					$\sum = 0.28$

$$X^2 = \sum\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right) = 0.28$$

கணக்கிடப்பட்ட χ மதிப்பு = 0.28

2dfக்கு முக்கியத்துவம் மட்டம் (அளவு) = 5%

அட்டவணை χ^2 மதிப்பு = 5.96

Inference

கணக்கிடப்பட்ட χ^2 மதிப்பு (0.28). அட்டவணை χ^2 மதிப்பை விட (5.96) குறைவாக உள்ளது. எனவே இக்கோட்பாடு ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது. இன்னொரு வகையில் பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு 9:3:4 விகிதத்துடன் இது ஒத்து இருக்கிறது.

16

சிதறல் அளவீடுகள்
(Measures of Dispersion)

ஒரு தரவின் மைய மதிப்பீட்டைச் சுற்றிலும் தனித்தனி மதிப்பீடுகளின் விலக்கம், சிதறல் அளவீடு என அழைக்கப்படுகிறது. இதனை மாறுபாட்டு அளவீடு (measure of variation) எனவும் அழைப்பர். உருப்படிகளின் மாறுபாட்டு அளவைக்கு இது ஏதுவாகிறது. நான்கு பருவங்களுக்கு மூன்று தென்னை மரங்களில் விளைந்த தேங்காய் விளைச்சல் மாறுபாட்டு அளவீடை கண்கூடாக எளிதாக பார்த்து தெரிந்து கொள்ளலாம்.

வயலில் உள்ள தென்னை மரங்கள்

வரிசை	தென்னை1	தென்னை2	தென்னை3	தென்னை4	மொத்தம்	சராசரி
மரம்-1	7	12	11	10	40	10
மரம்-2	9	11	8	12	40	10
மரம்-3	12	8	10	10	40	10
மரம்-4	10	10	7	13	40	10

இந்நான்கு மரங்களின் சராசரி சமமாக உள்ளது. ஆனால் பருவ வேறுபாடுகளில் மகசூல்கள் மாறுபட்டுள்ளன. எனவே, அடிப்படையில் பருவ வேறுபாடுகளைப் பற்றி கூற இயலாது. இதனைப் புரிந்து கொள்ள பரவு அளவீடைப் பற்றி தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். சராசரி மதிப்பிலிருந்து தொகுதியின் மதிப்புகள் எந்த அளவிற்கு மாறபடுகின்றதோ அந்த அளவே பரவல் / சிதறல் அளவை என அழைக்கப்படும். எனவே, சராசரியின் நம்பகத்தன்மை சிதறல் அளவீட்டால் நிரூபிக்கப்படுகிறது. அதாவது, சராசரி என்பது பரவலின் பிரதிநிதித்துவ எண்ணைக் காண்பிக்கிறது. ஆனால், சிதறல் அளவை என்பது பிரதிநிதித்துவ எண்ணிலிருந்து தொகுதியின் உருப்படிகள் எந்த அளவிற்கு விலகி உள்ளன என்பதைக் காட்டுகிறது.

முக்கியத்துவம்

ஒரு சராசரியின் நம்பகத்தன்மையை இது நிச்சயிக்கிறது. மாறுபாட்டுத்திறனைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு இது அடித்தளமாக அமைகிறது. மாறுபாட்டுத்தன்மை சம்பந்தப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தரவுகளை ஒப்பிடுவதற்கு இது உதவுகிறது. சிதறல் அளவையை வீச்சு (Range) கால்ம விலக்கம் (Quartile deviation) கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் (Mean deviation) திட்ட விலக்கம் (Standard deviation) லாரென்ஷ் வளைவு (Lorenz curve) என ஐந்து முறைகளில் கணக்கிடலாம். இனி இவற்றை ஒவ்வென்றாகக் காண்போம்.

1. வீச்சு

தரவுகளின் ஒரு குவையின் (Set) மிகப் பெரிய மதிப்பிற்கும் மிகச்சிறிய மதிப்பிற்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாடே வீச்சு எனப்படும்.

வீச்சு. = மிகப்பெரிய மதிப்பு

$$R = L - S$$

மதிப்பீடுகளின் ஒரு குவையினுள்ளே வேறுபாட்டுத்தன்மையின் படிநிலையின் ஒரு உட்கருத்தை வீச்சு தருகிறது. கத்திரிப்பயிர்கள் விளைச்சல், ஐந்து தருவாய்களில் 26,12,16,9,17 என உள்ளது. இதன்படி கீழ்க்கண்டவாறு வீச்சு கணக்கிடப்படுகிறது.

மிகப்பெரிய மதிப்பு = 26

மிகச்சிறிய மதிப்பு = 9

வீச்சு = L - S

= 26 - 9

= 17

புறக்கோடி மதிப்புகளின் (Extreme values) கூட்டுத்தொகையால் வீச்சு வகுக்கப்படும் பொழுது கிடைக்கும் எண் இலக்கம் வீச்சின் குணகம் (Co efficient) என அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{வீச்சின் குணகம்} = \frac{\text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} - \text{மிகச்சிறிய மதிப்பு}}{\text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} + \text{மிகச்சிறிய மதிப்பு}}$$

எனவே, வீச்சின் குணகம் $= \dfrac{L-S}{L+S}$

பின்வருபனவற்றிலிருந்து வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் குணகம் காண்க.

24,12,16,11,40,42

R = L - S

= 42-11

= 31

வீச்சுக் குணகம் (CR) $= \dfrac{L-S}{L+S}$

$$= \frac{42-11}{42+11}$$

$$= \frac{31}{53} = 0.58$$

வீச்சுக் குணகம் (CR) = 0.58

நிறைகள்

நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது, கணக்கிடவும் புரிந்து கொள்ளவும் இது மிகவும் எளிதானது. தரவுகளுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டு இயல்வை அறிவதற்கு இது உதவுகிறது. மதிப்பீடுகளின் குவையில் தோன்றும் மாறுபாட்டினை அறிய உதவுகிறது. பங்குச்சந்தை விலை நிலவரம், வானிலை அறிக்கை தயாரிப்பதற்கும் இது பயன்படுகிறது.

வீச்சு நிலையானதல்ல கணக்கிடுவதற்கு இது ஒரு பண்பற்ற முறை. ஒரு தரவின் இரு புறக்கோடி மதிப்பிடுகளை மட்டும் இது தழுவியுள்ளது. புறக்கோடி மதிப்புகள் இயல்புக்கு மாறாக இருந்தால் வீச்சானது தவறான வழிக்கு ஏதுவாகிவிடும்.

2. கால்ம விலக்கம்

முதல் கால்மத்திற்கும் மூன்றாம் கால்மத்திற்கும் இடையே தோன்றும் பாதி வேறுபாடு, கால்ம விலக்கம் என அழைக்கப்படும். கால்ம விலக்கம் Q எனக் குறிக்கப்படுகிறது. கீழக்க்ண்ட வாய்ப்பாட்டின்படி கால்ம விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

கால்ம விலக்கத்தை பாதி கால்ம இடைவீச்சு (Semi interquartile range) எனவும் அழைப்பர்.

ஒரு தரவில், மாறியலின் வீச்சு மூன்று கால்மங்களை குழுமங்களாக்க முடியும். அவைகளாவன 25%, 50%, 75%

வீச்சு மாறியலின் 1/4வது அல்லது 25% யை முதல் கால்மம் என்பர். இது Q_1 என குறிக்கப்படுகிறது. மாறியல் வீச்சின் 3/4 வகை அல்லது 75%வை மூன்றாம் கால்மம் என அழைக்கப்படுகிறது. இது Q_2 என குறிக்கப்படுகிறது.

மாறியல் வீச்சின் 50%யை இடைநிலை (Median) என்பதோடு இது Q_3 என குறிக்கப்படுகிறது.

Q_1 மற்றும் Q_2விற்கு இடைப்பட்ட தொலைவு 2 ஆல் வகுக்கப்படும் பொழுது பெறப்படும் மதிப்பு கால்ம விலக்கம் (Quartile deviation) என அழைக்கப்படுகிறது. Q_1 மற்றும் Q_3க்கு இடைப்பட்ட தொலைவு கால்மஇடை விலக்கம் எனப்படும். கால்மஇடை விலக்கத்தை 2ஆல் வகுத்தால் அது பாதி கால்ம இடை விலக்கம் எனப்படும்.

நிறைகள்

வரையறுக்கப்பட்டது. மிகவும் எளிதானது. புறக்கோடி மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படாதது. திறந்த முனை பகிர்வுக்கு இதனைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

குறைகள்

இது 50% மதிப்புகளை மட்டும் அடிப்படையாக கொண்டுள்ளதால் இது நம்பகமானது அல்லது உருப்படிகளின் மாறியலால் பாதிக்கப்படுகிறது. மென்மேலும் கணித முறைகளுக்கு பயன்படுவதில்லை.

Problem : 1

வெள்ளரியின் எடை முதற் கால்மத்தில் (Q_1) 98 கிராம் மூன்றாம் கால்மத்தில் (Q_3) 103 கிராம் என மாறியல் வீச்சு உள்ளது. கால்ம விலக்கத்தை கண்டறிக.

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Q_1 = 98கி

Q_3 = 93கி

$$Q = \frac{103-98}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ கி}$$

பின்வரும் பரவலுக்கான கால்ம விலக்கத்தை கண்டறிக

X	10	20	30	40	50	60
f	4	7	15	8	7	2

செய்முறை

x	f	cf
10	4	4
20	7	11
30	15	26
40	8	34
50	7	41
60	2	43

$$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$$ யின் புள்ளியின் அளவு

N/4 என்பது வாய்ப்பாடு

N/4 என்பது 43

$$= \left(\frac{43+1}{4}\right)$$ யின் புள்ளியின் அளவு

= 11ன் மதிப்பு

= 20

$$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$$ யின் புள்ளியின் மதிப்பு

$$3 \times \frac{44}{4}$$ யின் மதிப்பு

= 33ன் மதிப்பு

= 40

பின்வரும் தரவலுக்கான கால்ம விலக்கத்தையும் கால்ம

விலக்க குணகத்தையும் காண்க

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{40 - 20}{2} = 10$$

$$Q \quad D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{40 - 20}{40 + 20} = \frac{20}{60} = 0.33$$

பின்வரும் தரவலுக்கான கால்ம விலக்கத்தையும் கால்ம விலக்க குணகத்தையும் காண்க

வகுப்பு இடைவெளி (இலை நீளம்)	10 - 12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24
நிகழ்வெண்	2	9	20	25	24	15	5

செய்முறை

இலை நீளம் (செ.மீல்)	நிகழ்வெண் (f)	ஒன்றுதிரண்ட நிகழ்வெண் (cf)
10-12	2	2
12-14	9	11
14-16	20	31
16-18	25	56
18-20	24	80
20-22	15	95
22-24	5	100
	100	

$$Q_\cdot = \frac{Q_1 - Q_1}{2}$$

Q_1 யைக் கணக்கிடுவதற்கு N/4 என்ற வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தல்.

இங்கு N என்பது 100

எனவே $\frac{N}{4} = \frac{100}{4} = 25$

25 என்பது 14–16 வகுப்பினுள்ளே அமைவதால் இது முதற்கால்மம் என எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இப்பொழுது கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் Q_1யைக் கணக்கிட முடியும்.

$$Q_1 = L + \frac{(N/4 - cf)}{f} \times C$$

$$Q_1 = 14 + \frac{25 - 11}{20} \times 2 = 15.40$$

$$Q_3 \times \frac{3N}{4} \text{ ன் மதிப்பு } \frac{300}{4}$$

அதாவது, 75ன் மதிப்பு

ஆகவே, 18-20 வகுப்பு இடையீடு

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times C$$

$$= 18 + \frac{75 - 56}{24} \times 2 = 19.58$$

குணகவிலக்கம் QD $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{19.58 - 15.40}{2} = 2.09$

ஒன்றுதிரண்ட குணக விலக்கம் CQD $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{19.58 - 15.40}{19.58 + 15.40} = \frac{2.09}{34.98}$

$$= 0.12$$

3. கூட்டுச்சராசரி விலக்கம்

Mean Deviation (MD)

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து தனித்தனி மதிப்புகளுக்கான விலக்கங்களின் சராசரி, கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் எனப்படும். இதனை சராசரி விலக்கம் எனவும் அழைப்பர். ஒரு தரவுவிலுள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பும் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து விலகிச் செல்கிறது. விலகிச் செல்லும் இவ்வேறுபாடு விலக்கம் என அழைக்கப்படுகிறது. இது δ (Delta) என்ற குறியீடு மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. இவ்வேறுபாடு கூட்டுச்சராசரிக்கு மேல் இருந்தால் அது எதிர்மறை விலக்கம் (negative deviation) எனபப்படும். கூட்டுச்சராசரிக்கு கீழ் இருந்தால் அது நேர்மறை விலக்கம் எனப்படும்.

கூட்டுச்சராசரியுடன் மதிப்பு பொருந்தும் பொழுது விலக்கம் பூஜ்யமாக உள்ளது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் கணக்கிட முடியும்.

குழுமமற்ற தரவுக்குரிய வாய்ப்பாடு = $MD = \frac{\sum D}{N}$

குழுமத்தரவுக்குரிய வாய்ப்பாடு $MD = \frac{\sum fD}{N}$

D	=	என்பது விலக்கம்
f	=	நிகழ்வெண்
N	=	உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

முக்கியத்துவம்

கணக்கிடுவதற்கும் புரிந்து கொள்வதற்கும் எளிதானது. அனைத்து பதிவீடுகளையும் சார்ந்ததாக உள்ளது. புறக்கோடி மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை. நம்பகத்தக்கது. ஒப்பிடுவதற்கு ஏற்றது. எந்தவொரு சராசரியிலிருந்தும் கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் பெறப்படுவதால் இது ஒரு இணக்கமான முறையாகும். அனைத்து விலக்கங்களையும் நேர் விலக்கங்களாகக் கொள்ளுவதால் இது ஒரு சிறந்த கணக்கீட்டு முறை ஆகாது.

கூட்டுச்சராசரி குணகம்

(Coefficient of mean deviation)

கூட்டுச்சராசரி விலக்கத்தின் குணகம் என்பது கூட்டுசராசரி விலக்கத்திற்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் உள்ள விகிதமாக இக்கூட்டுச்சராசரி விலக்கக் குணகம் உள்ளது.

| குணகம் $= \frac{MD}{Mean}$

$$\frac{\text{கூட்டுச்சராசரி விலக்கம்}}{\text{கூட்டுச்சராசரி}}$$

Problem : 1

கிராம் அளவுகளில் பீட்ருட்டுகளின் எடை மூலம் பெறப்பட்ட கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் மற்றும் கூட்டுச்சராசரியின் குணகம் காண்க.

80,100,120,130,140,160,180

கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது. $\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

$$\frac{910}{7} = 130$$

$$\overline{X} = 130$$

II. கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

மதிப்பு (கிராம்களில்)	80	100	120	130	140	160	180	
கூட்டுச்சராசரி	130	130	130	130	130	130	130	
விலக்கம்	-50	-30	-18	0	10	30	50	18

$$\sum D = 18$$

III. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் கணக்கிட முடியும்.

$$MD = \frac{\sum D}{N}$$

$$= \frac{18}{7}$$

கூட்டுச்சராசரி $= \frac{MD}{Mean}$

$$= \frac{2.57}{13}$$

= 0.19கிராம்

Problem : 2

கீழ்க்கண்ட அட்டவணை 27 கேரட்டுகளின் எடைகளைக் காட்டுகிறது. இதன் கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் மற்றும் கூட்டுச்சராசரி விலக்கத்தின் குணகத்தைக் கணக்கிடுக.

எடை (கிராம்களில்)	7	9	12	8	10	11
கேரட்டுகளின் எண்ணிக்கை	3	5	8	7	3	1

ஐந்து பத்தி வரிசைகளுடன் கூடிய ஒரு அட்டவணை தயாரிக்கப்படுகிறது. கேரட்டுகளின் எடையும் (X) எண்ணிக்கையும் (f) முதல் இரண்டு பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகின்றன. fx பெறுவதற்கு கேரட்டுகளின் எண்ணிக்கையை வைத்து எடையைப் பெருக்கப்பட்டு மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. அனைத்து fx மதிப்பீடுகள் கூட்டப்பட்டு பெறப்படும் $\sum fx$, மூன்றாம் பத்தி வரிசையின் அடியே எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$= 259$$

$$N = 27$$

$$\overline{X} = \frac{259}{27} = 9.60$$

எடை X	எண்ணிக்கை f	fx	x - = D	fD
7	3	21	7-9.6=-2.6	3x2.6=7.8
9	12	45	9-9.6=-0.6	5x0.6=3
12	8	96	12-9.6=+2.4	8x2.4=19.2
8	7	56	8-9.6=-1:6	7x1.6=11.2
10	3	30	10-9.6=+0.4	3x0.4=1.2
11	1	11	11-9.6=+1.4	1x1.4=1.4
	N=27	$\sum fx = 259$	$\sum D = 9.0$	$\sum fD = 41-4$

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து X மதிப்பிடைக் கழிப்பதால் விலக்கம் (D) பெறப்பட்டு நான்காம் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகிறது.

அனைத்து விலக்கங்களும் கூட்டப்பட்டு பெறப்படும் $\sum D$ நான்காம் பத்தி வரிசையின் அடியே குறிக்கப்படுகிறது. fd பெறுவதற்கு fவுடன் விலக்கம் D யைப் பெருக்கி ஐந்தாம் தூண் வரிசையில் பதியப்படுகிறது.

$\sum fD$ பெறுவதற்கு fDக்கள் கூட்டப்பட்டு அடியே ஐந்தாம் பத்தி வரிசையில் எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டால் கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$MD = \frac{\sum fD}{N}$$

$$\sum fD = 41.4$$

$$N = 27$$

$$= \frac{41.4}{27} = 1.53$$

$$MD = 1.53 \text{ கி}$$

கூட்டுச்சராசரி விலக்கக் குணகம் $= \dfrac{MD}{Mean}$

$$(Co.of MD) = \frac{1.53}{9.6}$$

$= 0.16$

MD $= 1.53$

Co. MD $= 0.16$

Problem : 3

ஆட்டவணையில் காணும் கிராம் அளவில் எடை கொண்ட சப்போட்ட பழங்களின் தரவுகளுக்கு கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் மற்றும் கூட்டுச்சராசரி விலக்கக் குணகம் ஆகிய இரண்டையும் கணக்கிடுக.

சப்போட்டா கனிகளின் எடை (கிராம்களில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	50-60	60-70
சப்போட்டா கனிகளின் எண்ணிக்கை	4	6	5	8	4	7

ஏழுபத்தி வரிசைகளுடன் கூடிய ஒரு அட்டவணை வரையப்படுகிறது. சப்போட்டாக்களின் எடைகள் முதல் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகின்றன. இதன் நடு இலக்கு (mid point) (x) இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. நடு இலக்குகளின் கூட்டுத்தொகை கூட்டப்படுவதன் மூலம் கணக்கிடப்பட்டு அடியே பதியப்படுகிறது. சப்போட்டாக்களின் எண்ணிக்கை (f) மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகிறது. இதனைக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படும் $\sum f$ அடியே எழுதப்படுகிறது. fx பெறுவதற்கு fவினால் எடை (X) பெருக்கப்பட்டு நான்காம் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகிறது. $\sum fX$ பெறுவதற்கு (X) மதிப்புகள் கூட்டப்பட்டு அடிய குறிக்கப்படுகின்றன. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} \qquad \sum fx = 1315$$

$$\sum f = 37$$

$= 1315/37 = 35.54$

Mean $= 35.54 = 31.81$ கிராம்

சப்போட்டா (கிராம்களில்)	நடுஇலக்கு x	எண்ணிக்கை (f)	fx		fD
0-10	5	4	20	-30.54	122.16
10-20	15	6	90	-20.54	123.24
20-30	25	5	125	-10.54	625.00
30-40	35	8	280	-0.54	4.32
40-50	45	4	180	+9.46	37.84
50-60	55	3	165	+19.46	58.38
60-70	65	7	455	+29.46	206.22
	$\sum x = 245$	$\sum f = 37$	$\sum fx =$ 1315	120.54	1177.16

இப்பொழுது கூட்டுசராசரியுடன் X மதிப்பை கழிப்பதால் விலக்கம் D கணக்கிடப்பட்டு ஐந்தாம் பத்தி வரிசையில் பதிவு செய்யப்படுகிறது. fD பெறுவதற்கு fஆல் விலக்கம் பெருக்கப்பட்டு ஆறாவது பத்தி வரிசையில் எடுத்து எழுதப்படுகிறது. $\sum fD$யைப் பெறுவதற்கு fD மதிப்புகள் கூட்டப்பட்டு அடியே அவ்விலக்கு பதியப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டின்படி கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$MD = \frac{\Sigma fD}{N} \qquad \sum fD = 1177.16$$

$$\sum f = 37$$

$$= \frac{1177.16}{37}$$

M.D. = 31.81 கிராம்

கூட்டுச்சராசரி விலக்கத்தின் குணகம் (CO.MD)	=	$\frac{MD}{Mean}$
MD	=	31.81
கூட்டுச்சராசரி	=	35.54
	=	$\frac{31.81}{35.54}$
கூட்டுச்சராசரி	=	31.81 கிராம்
எனவே,	=	0.89 கிராம்
கூட்டுச்சராசரி விலக்கக் குணகம்	=	0.89 கிராம்

திட்ட விலக்கம்
(Standard Deviation)

கார்ல் பியர்ஸன் என்பவர் 1893ல் இக்கோட்பாட்டினை அறிமுகப்படுத்தினார்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களில் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து பெறப்பட்ட விலக்கங்களின், வர்க்கங்களின், வர்க்கமூலமே திட்டவிலக்கம் எனப்படும். இதனைச் சுருக்கமாக SD என்றும் குறியீடாக ஸிக்மா (δ) என்றும் கூறுவர்.

கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடு மூலம் திட்ட விலக்கத்தை கணக்கிட்டுக் காட்ட முடியும்.

$$SD = \sqrt{\frac{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}{N}}$$

SD	=	திட்ட விலக்கம்
X	=	பதிவீட்டு மதிப்பு (Observation)
$\overline{X}$	=	கூட்டுச்சராசரி
N	=	உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை
$\sum$	=	கூட்டுத்தொகை

நிறைகள்

நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது. நிலையான மதிப்பு உடையது. அனைத்து உருப்படிகளையும் இது உள்ளடக்கியது. மென்மேலும் கணித முறைகளுக்கு பயன்படக்கூடியது. வர்க்கமூலம் எதிர்மறை குறியீடுகளை கூட்டல் குறிகளாக ஆக்குகிறது. மாதிரி எடுத்தலின் மாறுபாடுகளால் பெரிய பாதிப்பு ஏற்படுவதில்லை. இதன் ஆய்வு முடிவு துல்லியமாக இருக்கும்.

குறைகள்

கணக்கிடுவது மிகவும் சிக்கலானது. ஒவ்வொரு உருப்படியின் மதிப்பால் இத்திட்ட விலக்கம் பாதிக்கப்படுகிறது. இது ஒரு கணித முறையல்ல.

Problem : 1

கீழ்க்கண்ட திட்ட தரவுகளுக்கு திட்ட விலக்கத்தை கணக்கிடுக.

திட்டவிலக்க கணக்கீடு - ஒன்றொன்றின் (நபரி) பதிவு (Individual observation)

இதில் முறைகள் உள்ளன.

1) நேரடி முறை - உண்மையான கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

2) சுருக்குவழி முறை (Short cut) - ஊகக் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

1) நேரடி முறை

1) தொகுதியின் $\bar{X}$ உண்மையான கூட்டுச்சராசரி கண்டறியப்படுகிறது. கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து $(X-X)$ ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம் கண்டறியப் படுகிறது. ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கத்தை வாக்கமூலம் பண்ணிக் மொத்த வர்க்கமூல விலக்கங்கள் $\sum(X-\bar{X})^2$ கணக்கிடப்படுகின்றன. பதிவீடுகளின் (Observation) எண்ணிக்கையால் மொத்தம் வகுக்கப்படுகிறது.

$$\frac{\sum\left(X-\bar{X}\right)^2}{N}$$

உற்பத்தியின் வர்க்கமூலம் கண்டறியப்படுகிறது.

வாய்ப்பாடு

$$SD=\sqrt{\frac{\sum\left(X-\bar{X}\right)^2}{N}} \quad \text{அல்லது} \quad \sqrt{\frac{\sum\left(X-\bar{X}\right)^2}{n-1}}$$

Problem : 1

10 பயிர்களின் உயரங்களை இத்தரவுகள் குறிக்கின்றன. இதன் திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

60,60,61,62,63,63,63,64,64,70

தீர்வு

கூட்டுச்சராசரி அறியப்படுகிறது $\bar{X}$

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து $\left(X-\bar{X}\right)$ ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம் கண்டறியப்படுகிறது. ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம் வர்க்க மூலமாக்கி வர்க்கமூல விலக்கங்களின் $\sum\left(X-\bar{X}\right)$ மொத்தம் எடுக்கப்பட்ட பின்பு, பெறப்படுகிறது. $\left(X-\bar{X}\right)^2$

Nக்கு பதிலாக பதிவீடுகளின் எண்ணிக்கை 30க்கு குறைவாக இருந்தால் (<30) n - 1யைப் பயன்படுத்து (அதாவது ஒன்றுக்கு குறைவான எண்ணிக்கை எடுத்து வகுக்க வேண்டும்)

N = > 30 பதிவீடு

n = < 30 பதிவீடு

உயரம் (செ.மில்) X	$\overline{X}=63 (X-\overline{X})$	$\left(X-\overline{X}\right)^2$
60	-3	9
60	-3	9
61	-2	4
62	-1	1
63	0	0
63	0	0
63	0	0
64	1	1
64	1	1
70	7	49
$\sum X=630$		$74 \sum (X-\overline{X})^2$

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{N}$$

$$=\frac{630}{10}=63$$

$$SD=\sqrt{\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}}$$ பதிவீட்டின்படி

$$= \sqrt{\frac{74}{9}} \quad \text{30க்கு குறைவு}$$

$$= \sqrt{8.22}$$

$$= 2.86$$

$$SD = 2.86$$

சுருக்கு வழி முறை

உண்மையான கூட்டுச்சராசரி கண்டுபிடிப்பதற்கு பதிலாக இங்கு நாம் ஊகக் கூட்டுச்சராசரியை எடுத்துக் கொள்கிறோம். எனவே, கணக்கீடு, எளிதாக்கப்படுகிறது. பிற செயல்முறைகள் அனைத்தும் ஒரே மாதிரிதான்.

Problem : 7

கீழ்க்கண்ட தரவுகள் 10 மாணவர்களின் உயர அளவுகளாக உள்ளன. இவற்றின் திட்டவிலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

60,60,61,62,63,63,63,64,64,70

தீர்வு

தரவுகளில் உள்ள மதிப்புகளின் ஏதேனும் ஒன்றை ஊகக் கூட்டுச்சராசரியாக (A) அனுமானிக்கப்படுகிறது. ஊகக் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து (X-A=d) ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம் கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கமும் வர்க்க மூலமாக்கி வாக்கமூல விலக்கங்களின் (d^2) மொத்தம் கணக்கிடப்படுகிறது.

வாய்ப்பாடு

$$SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left[\frac{\sum d}{N}\right]^2}$$

உயரம் (செ.மில்) X	A = 61 X - A = d	d^2
60	-1	1
60	-1	1
61	0	0
62	1	1
63	2	4
63	2	4
63	2	4
64	3	9
64	3	9
70	9	81
	$-2+22$ $\sum d = 20$	$\sum d^2 = 114$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left[\frac{\sum d}{N}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{114}{10} - \left[\frac{20}{10}\right]^2}$$

$$= \sqrt{11.4 - 4}$$

$$= \sqrt{7.4}$$

SD = 2.72

B. SD கணக்கீடு - பிரிநிலைத் தொகுதி (Discrete series)

இவ்வகையில் மூன்று முறைகள் உள்ளன.

1. நேரடி முறை - உண்மையான கூட்டுச்சராசரி முறை
2. சுருக்க வழிமுறை - ஊகக் கூட்டுச்சராசரி முறை
3. படிநிலை விலக்க முறை- (step deviation method)

1. நேரடிமுறை

கூட்டுச்சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது. கூட்டுச்சராசரி மதிப்பீட்டிலிருந்து $X-\overline{X}$ வெவ்வேறு மதிப்புகளின் விலக்கத்தை கண்டறிக. விலக்கங்களை $(X-\overline{X})^2$ வர்கக மூலமாக்கி பல்வேறு மதிப்புகளின் முன்னால் அந்தந்த நிகழ்வெண்களுடன் (f) இந்த $(X-\overline{X})^2$ யைப்பெருக்கி அத்தகைய மதிப்புகள் $\sum f(X-\overline{X})^2$ அனைத்தும் கூட்டப்படுகின்றன. (N) அல்லது $\sum f$ உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையில் $\sum f(X-\overline{X})^2$

மதிப்புகள் வகுக்கப்படுகின்றன.

$$\text{வாய்ப்பாடு } SD=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{\sum f}}$$

$(X-\overline{X})^2$ பெறுவதற்கு விலக்கங்களை வர்க்கமூலமாக்கி ஐந்தாம் பத்தி வரிசையின் அடியில் குறிக்கப்படுகிறது. $f(X-\overline{X})^2$ அடைவதற்கு f வுடன் இந்த $(X-\overline{X})^2$ பெருக்கப்பட்டு ஆறாவது பத்தி வரிசையின் அடியில் எழுதப்படுகிறது. $\sum f(X-\overline{X})^2$ பெறுவதற்கு அனைத்து மதிப்பீடுகளும் கூட்டப்பட்டு அடியே எடுத்து எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$SD = \sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{\sum f}}$$

$$= \sqrt{\frac{54}{20}}$$

$$= \sqrt{2.7}$$

விடை S.D = 1.64 செ.மீ

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு திட்ட விலக்கம் காண்க

உருப்படிகளின் உருவளவு (செ.மீ.ல்) (size) (X)	11	10	9	8	7	6	5
நிகழ்வெண் (f)	1	2	5	5	3	3	1

ஆறு நிமிர்வு தூண் வரிசைகள் கொண்ட அட்டவணை வரையப்படுகிறது. முதல் பத்தி வரிசையில் கனிகளின் (X) நீளம் எழுதப்படுகிறது. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் கனிகளின் நீளம், நிகழ்வெண் (f) குறிக்கப்படுகின்றன. $\sum f$ பெறுவதற்கு அனைத்து மதிப்புகளையும் கூட்டி அதன் அடியே பதியப்படுகிறது. (fx) பெறுவதற்கான Xவுடன் f பெருக்கப்பட்டு மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. $\sum fX$ பெறுவதற்கு fx க்கள் கூட்டப்பட்டு அடியே எடுத்து எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி $\overline{X}$ கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{f}$$

$$= \frac{160}{20}$$

$$\overline{X} = 8cm$$

விலக்கங்களை $X-\overline{X}$ பெறுவதற்கு $\overline{X}$ லிருந்து மதிப்புகள் ழிக்கப்பட்டு நான்காம் தூண் வரிசையில் குறிக்கப்படுகின்றன.

உருவளவு செ.மீல் (X)	நிகழ்வெண் (f)	fx	$(X-\overline{X})$ $\overline{X}=9$	$(X-\overline{X})^2$	$f(X-\overline{X})^2$
11	1	11	+2	+4	4
10	2	2	1	+1	2
9	5	45	0	0	0
8	5	40	-1	1	5
7	3	21	-2	4	12
6	3	18	-3	9	27
5	1	5	-4	4 16	4 16
	$\Sigma f=20$		$\Sigma fX = 160$	$\Sigma f(X-\overline{X})^2 = 54$ 68	

$$SD=\sqrt{\frac{\Sigma f(X-\overline{X})^2}{\Sigma f}}$$

$$=\sqrt{\frac{54}{20}}$$

$$=\sqrt{2.7}$$

$$Ans: SD=1.64cm$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{\sum f}}$$

$$= \sqrt{\frac{54}{20}}$$

$$= \sqrt{2.7}$$

விடை S.D = 1.64 செ.மீ

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு திட்ட விலக்கம் காண்க

உருப்படிகளின் உருவளவு (செ.மீ.ல்) (size) (X)	11	10	9	8	7	6	5
நிகழ்வெண் (f)	1	2	5	5	3	3	1

ஆறு நிமிர்வு தூண் வரிசைகள் கொண்ட அட்டவணை வரையப்படுகிறது. முதல் பத்தி வரிசையில் கனிகளின் (X) நீளம் எழுதப்படுகிறது. இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் கனிகளின் நீளம், நிகழ்வெண் (f) குறிக்கப்படுகின்றன. $\sum f$ பெறுவதற்கு அனைத்து மதிப்புகளையும் கூட்டி அதன் அடியே பதியப்படுகிறது. (fx) பெறுவதற்கான Xவுடன் f பெருக்கப்பட்டு மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் பதியப்படுகிறது. $\sum fX$ பெறுவதற்கு fx க்கள் கூட்டப்பட்டு அடியே எடுத்து எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி $\overline{X}$ கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{f}$$

$$= \frac{160}{20}$$

$$\overline{X} = 8cm$$

விலக்கங்களை $X-\overline{X}$ பெறுவதற்கு $\overline{X}$ லிருந்து மதிப்புகள் கழிக்கப்பட்டு நான்காம் தூண் வரிசையில் குறிக்கப்படுகின்றன.

உருவளவு செ.மீல் (X)	நிகழ்வெண் (f)	fx	$(X-\overline{X})$ $\overline{X}=9$	$(X-\overline{X})^2$	$f(X-\overline{X})^2$
11	1	11	+2	+4	4
10	2	2	1	+1	2
9	5	45	0	0	0
8	5	40	-1	1	5
7	3	21	-2	4	12
6	3	18	-3	9	27
5	1	5	-4	4	4
	$\Sigma f=20$		$\Sigma fX = 160$	$\Sigma f(X-\overline{X})^2=54$	

$$SD=\sqrt{\frac{\Sigma f(X-\overline{X})^2}{\Sigma f}}$$

$$=\sqrt{\frac{54}{20}}$$

$$=\sqrt{2.7}$$

$$Ans: SD=1.64cm$$

Problem : 2

கீழ்க்கண்ட தரவுக்காக திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக அவரைகளின் எடை கிராம்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

செய்முறை

ஏழு நிமிர் பத்தி வரிசைகொண்ட அட்டவணை வரைக. முதல் பத்தி வரிசையில் வகுப்புகள் (X) எழுதப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு வகுப்பின் இடைமதிப்பீடு கண்டறிந்து இரண்டாம் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகிறது. மூன்றாம் பத்தி வரிசையில் நிகழ்வெண் (f) எழுதப்படுகிறது. $\sum f$ பெறுவதற்காக இதன் மதிப்புகள் கூட்டப்பட்டு அடியில் குறிக்கப்படுகிறது. (fm) மதிப்பை பெறுவதற்கு இடைமதிப்பீடுடன் நிகழ்வெண் பெருக்கப்பட்டு நான்காம் பத்தி வரிசையில் குறிக்கப்படுகிறது. இம்மதிப்புகளை கூட்டி பெறப்படும் $\sum fm$ அடியே எழுதப்படுகிறது. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கூட்டுச்சராசரி (X) கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\overline{X} = \frac{\sum fm}{\sum f}$$

$$= \frac{835}{27}$$

$\overline{X}$ = 30.9 கிராம்

வகுப்புகள் (X)	இடைமதிப்பு m	நிகழ்வெண் f	fm	$(m-\overline{X})$ $\overline{X}=30.9$	$(m-\overline{X})^2$	$f(m-\overline{X})^2$
0-10	5	3	15	25.9	51.8	155.4
10-20	15	5	75	15.9	31.8	159
20-30	25	6	130	5.9	11.8	70.8
30-40	35	4	140	4.1	8.2	32.8
40-50	45	4	180	14.1	28.2	112.8
50-60	55	3	165	24.1	48.2	144.6
60-70	65	2	130	34.1	68.2	136.5
		$\sum f = 27$	$\sum fm = 835$	124.1		$\sum f(m-\overline{X})^2 = 843.8$

$\left(m-\overline{X}\right)$ பெறுவதற்கு $\overline{X}$ லிருந்து இடைமதிப்பீடுகள் mகழிக்கப்படுகின்றன.

$\left(m-\overline{X}\right)^2$ பெறுவதற்கு $\left(m-\overline{X}\right)$ மதிப்புகள் வர்க்கமூலமாக்கப்படுகின்றன..

$f\left(m-\overline{X}\right)^2$ பெறுவதற்காக $\left(m-\overline{X}\right)^2$ மதிப்புகள் பெருக்கப்படுகின்றன.

பெறுவதற்கு $\sum f\left(m-\overline{X}\right)^2$ அனைத்து மதிப்புகளும் கூட்டப்பட்டு கடைசித் பத்தி வரிசையின் அடியே பதியப்படுகிறது.

கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி SD கணக்கிடப்படுகிறது.

$$SD=\sqrt{\frac{\sum f\left(m-\overline{X}\right)^2}{\sum f}}$$

$$=\frac{843.8}{27}$$

$$=\sqrt{31.25}$$

SD = 5.59கிராம்

திட்டப்பிழை

(Standard Error (S.E)

திட்டப்பிழை என்பது இனத்தொகையின் கூட்டுச்சராசரிக்கும் அதன் மாதிரிக்கூறுக்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாடாகும்.

பதிவீடுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையின் வர்க்க மூலத்தால் வகுத்த மாதிரிக் கூறின் திட்ட விலக்க விகிதமாக திட்டப்பிழை விளக்கப்படுகிறது.

$$\text{திட்டப்பிழை} = \frac{SD}{\sqrt{N}}$$

SD = திட்டவிலக்கம்

N = பதிவீடுகளின் (Observation) மொத்த எண்ணிக்கை

திட்டப்பிழையின் பயன்பாடு

இரு மாதிரிக் கூறுகளுக்கு இடையே தோன்றும் வேறுபாட்டினை அறிந்து கொள்வதற்கு இது உதவுகிறது. மாதிரிக்கூறின் உருவளவை / பருமனை கணக்கிடுவதற்கு இது உதவுகிறது. அறியப்பட்ட அல்லது அறியப்படா இனத்தொகையிலிருந்து மாதிரிக்கூறு எடுக்கப்பட்டதா அல்லது இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க இது உதவுகிறது.

மாறுபாடு (Variance) (V)

மாறுபாட்டிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிட முடியும்.

$$V = SD^2$$

$$SD = \sqrt{V}$$

மாறுபாடு எளிதாகக் கணக்கிடக் கூடியது. மாறுபாட்டு இயல்பினை தெளிவாக சுட்டிக் காட்டுகிறது. பெரும் எண்ணிக்கையைத் தருவது மட்டும் மாறுபாட்டின் ஒரு முறையாகும்.

17

தரவுகளின் வரைகலை வெளிப்பாடு
(Graphical Representation of Data

ஹிஸ்டோக்ராம்

ஹிஸ்டோக்ராம் என்பது ஒருவகை வரைகலை. இதில் அடங்கிய நிகழ்வெண்கள் நிமிர்நிலை செவ்வக உருவங்களில் உள்ளன. இது ஒரு பரப்பளவு வரைபடம். நிகழ்வெண் பரவலில் வரைகலையை இது முன்னிலைப்படுத்துகிறது. 'X' அச்சு என்பது வகுப்பு இடையீடால் குறிக்கப்படுகிறது. 'Y' அச்சு என்பது நிகழ்வெண்களால் குறிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வகுப்பின் நிகழ்வெண் உயரத்திற்கேற்ப நிமிர்நிலை செவ்வகங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன. இச்செவ்வகங்களுக்கு இடையிடையே எவ்வித இடைவெளியும் இருப்பதில்லை.

(Length of leaves) இலைகளின் நீளங்கள்

இலைகள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	15	20	23	18	11	9	6	4	2

செவ்வகத்தின் அகலம் வகுப்பின் பரப்பெல்லைக்கு (Range) சமமாக இருக்கும் ஒவ்வொரு வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணிற்கு சமமாக ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரம் உள்ளது. ஹிஸ்டோக்ராம் என்பது இரு பரிமானம் கொண்ட வரைபடம். ஏனெனில் ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரமும் அகலமும் தரவு அளவுக்கு ஏற்ப உள்ளன. ஹிஸ்டோக்ராம் என்பது Bar வரைபடத்திலிருந்து வேறுபட்டது. Bar வரைபடம் என்பது ஒரு பரிமானம் கொண்டதாகவே இருப்பது. Bar வரைபடத்தில் தரவுக்கேற்ப உயரம் மட்டும் குறிக்கப்படும். ஆனால், தரவுக்கேற்ப அகலம் குறிக்கப்படுவதில்லை.

ஹிஸ்டோக்ராம் பயன்பாடுகள்

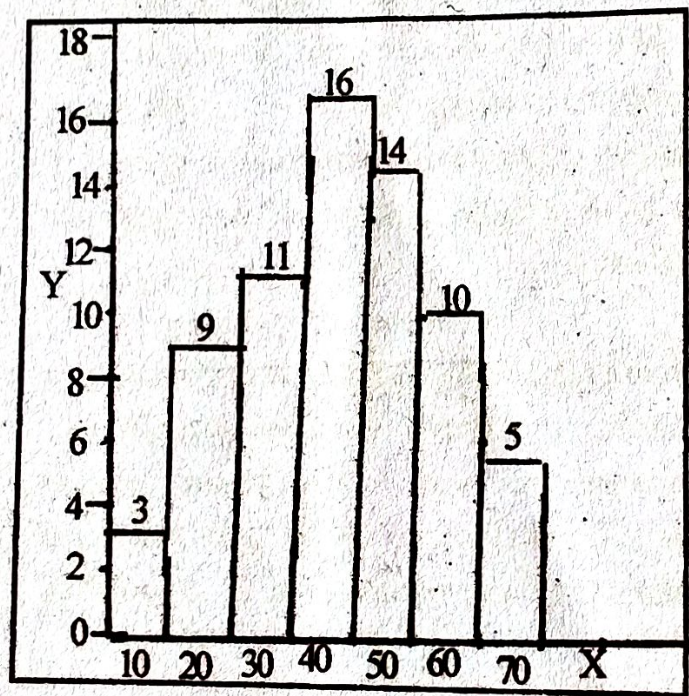
முழுமைப்பாடான தரவுகளைப் பற்றிய தெளிவான செய்தியைத் இது தருகிறது. சிக்கலான தரவுகளை எளிய காட்சியில் விளக்கிக் காட்டுகிறது. கவர்ச்சியும் மனதில் பதியத்தக்கதாகவும் உள்ளது. இடைநிலை மற்றும் முகடுகளைக் கண்டறிய முடிகிறது. நிகழ்வெண் பரவலை ஒப்பிட்டறிய வசதியாக உள்ளது. இனத்தொகையில் உள்ள மாறியல்களின் பரவல் பாணியின் கருத்துருவத்தை இது குறிக்கிறது.

ஹிஸ்டோக்ராம் மற்றும் Bar chartக்கு இடையே காணும் வேறுபாடுகள்

எண்	ஹிஸ்டோக்ராம்	பார் சார்ட்
1.	ஹிஸ்டோக்ராம் என்பது ஒரு வரைகலை	பார்சார்ட் என்பது ஒரு வரைபடம்
2.	இது இரு பரிமாணம் காட்டுகிறது	இது ஒரு பரிமாணத்தைக் காட்டுகிறது
3.	ஒவ்வொரு செவ்வகங்களின் உயரம், அகலம் தரவுக்கேற்ப உள்ளன	தரவுக்கேற்ப உயரம் மட்டும் உள்ளது
4.	ஹிஸ்டோக்ராமில் செவ்வகங்களின் மொத்தப் பரப்பளவும் நிகழ்வெண்களைக் குறிக்கிறது.	பார் சார்ட்டில் உயரம் மட்டும் நிகழ்வெண்ணைக் குறிக்கிறது.
5.	எவ்வித இடைவெளியும் இன்றி பக்கம்பக்கமாக செவ்வகங்கள் வரையப்படுகின்றன	இடைவெளிகளுடன் செவ்வகங்கள் வரையப்படுகின்றன.
6.	தொகுதித் தொடர் நிகழ்வெண் பரவலுக்கு ஹிஸ்டோக்ராம் பயன்படுகிறது.	பிரிநிலை நிகழ்வெண் பரவலை குறிப்பிடுவதற்கு பார்சார்ட் பயன்படுகிறது.

மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	9	12	16	14	10	5



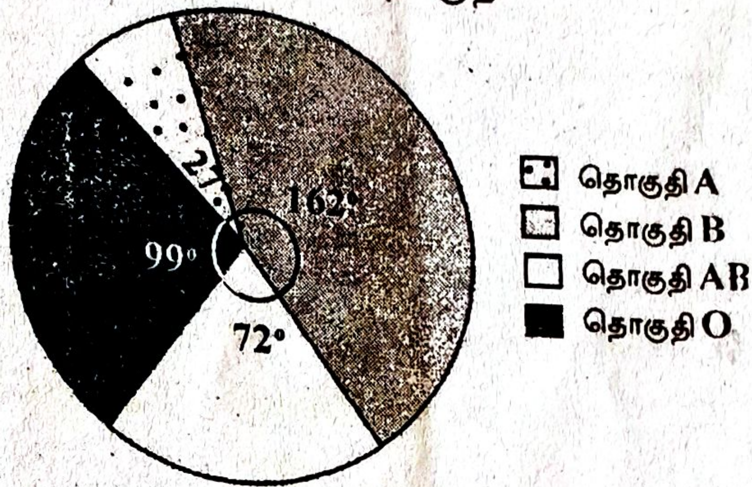
X அச்சு = மதிப்பெண்கள்
1 செ.மீ =10 மதிப்பெண்கள்
Y அச்சு= மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
1 செ.மீ = 2 மாணவர்கள்

பை வரைபடம் (Pie diagram)

பை (அச்சுருள்படிவ) (pie) வரைபடத்தில் வட்டமான உருவமைப்பில் தரவுகள் காட்டப்படுகின்றன. எனவே இதனை வட்ட வரைபடம் எனவும் அழைப்பர். வட்ட வடிவத்தின் மொத்தப் பரப்பு 360° ஆகும். எனவே, இத்தரவுகள் பாகையாகப் (degree) பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. வட்டத்திற்கேற்ப இதில் பிரிவினை செய்யப்படுகிறது. ஒவ்வொரு தரவும் ஒரு கோணமாக (angle)/பாகையாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, இதனை கோண வரைபடம் எனவும் அழைக்கலாம். இவ்வட்டத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு பிரிவினையும் வெவ்வேறு வண்ணத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, இது ஒரு பரப்பளவு வரைபடம் என்று கூட கூறலாம். இது ஒரு இரு முப்பரிமாண வரைபடம் ஆகும். மொத்த அளவை பெறுவதற்கு மதிப்பளவுகள் கூட்டப்படுகின்றன. பின்பு, ஒவ்வொரு மதிப்பும் பாகையாக மாற்றப்படுகிறது.

40 மாணவர்களின் இரத்த தொகுதி

ùRd¡ §	UôQ YoLs
A	3
B	18
AB	8
O	11
ùUôj Rm	40



பை வரைபடம் (Pie diagram)

40 மாணவர்களின் இரத்தத் தொகுதி பாகைகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

ùRd¡ §	UôQ YoLs	Tôû LLs
A	3	3/40 X 360=27
B	18	18/40 X 360=162
AB	8	8/40 X 360=72
O	11	11/40 X 360=99
ùUôj Rm	40	360 °

மொத்த அளவில் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் வகுத்து அதனை 360ல் பெருக்குவதன் மூலம் சாத்தியமாகிறது. வட்டமாக ஒரு வரைபடம் வரையப்படுகிறது. ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கான பாகை ஒரு நீட்டலளவை உதவியுடன் அளவிடப்படுகிறது. பொதுவாக, அதிகபட்ச பாகை அளவுடன் இம்மதிப்பு, வட்டத்தின் 12 மணி என்ற அமைவில் குறியிடப்படுகிறது. பிற மதிப்புகள் இடமிருந்து வலமாக போக்கில், இறங்குவாக்கில் குறியிடப்படுகின்றன.

நிகழ்வெண் பலகோணம் (Frequency Polygon)

நிகழ்வெண் பரவலை வரைகலையில் வெளிப்படுத்துவதே நிகழ்வெண் பலகோணம் எனப்படும். இதன் பொருள் ஒரு வளைவு என்பது ஒரு நிகழ்வெண் பரவலைக் குறித்துக் காட்டுகிறது. ஹிஸ்டோக்ராம் வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் மைய இலக்கு (Midpoint) தேர்வுக் கோட்டினால் இணைக்கும் பொழுது நிகழ்வெண் பலகோணம் கிடைக்கிறது. அனுமானத்துடன் வரையப்படும் இந்நேர்வு கோடுகள் வகுப்பு இடையீடின் மைய இலக்குகளில் ஒருமுகப்படுகின்றன. பலகோணத்தின் பரப்பளவு ஹிஸ்டோக்ராமின் பரப்பளவுக்கு சமமாக உள்ளது. ஏனெனில், விடுபட்ட பரப்பு (area) அதில் சேர்க்கப்பட்ட பரப்பிற்கு சமமாக இருக்கிறது.

வினா

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கான ஒரு நிகழ்வெண் பலகோணத்தை வரைக.

மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்

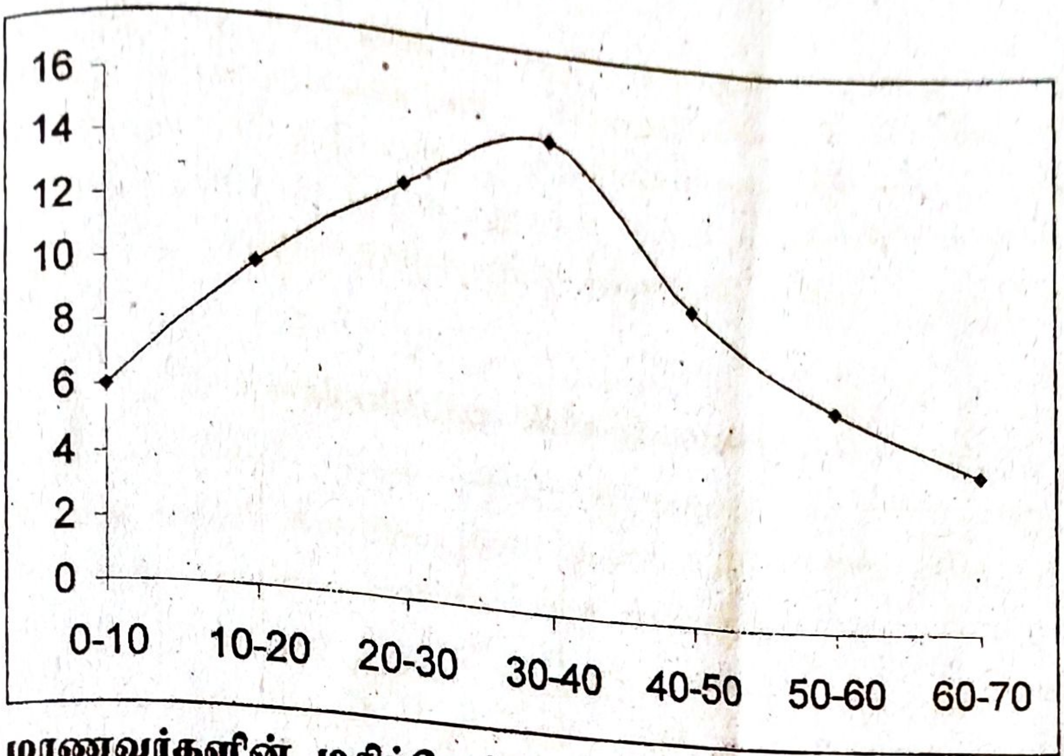
மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	6	10	13	15	10	7	5

X அச்சில் மதிப்பெண்கள் குறிக்கப்படுகின்றன.

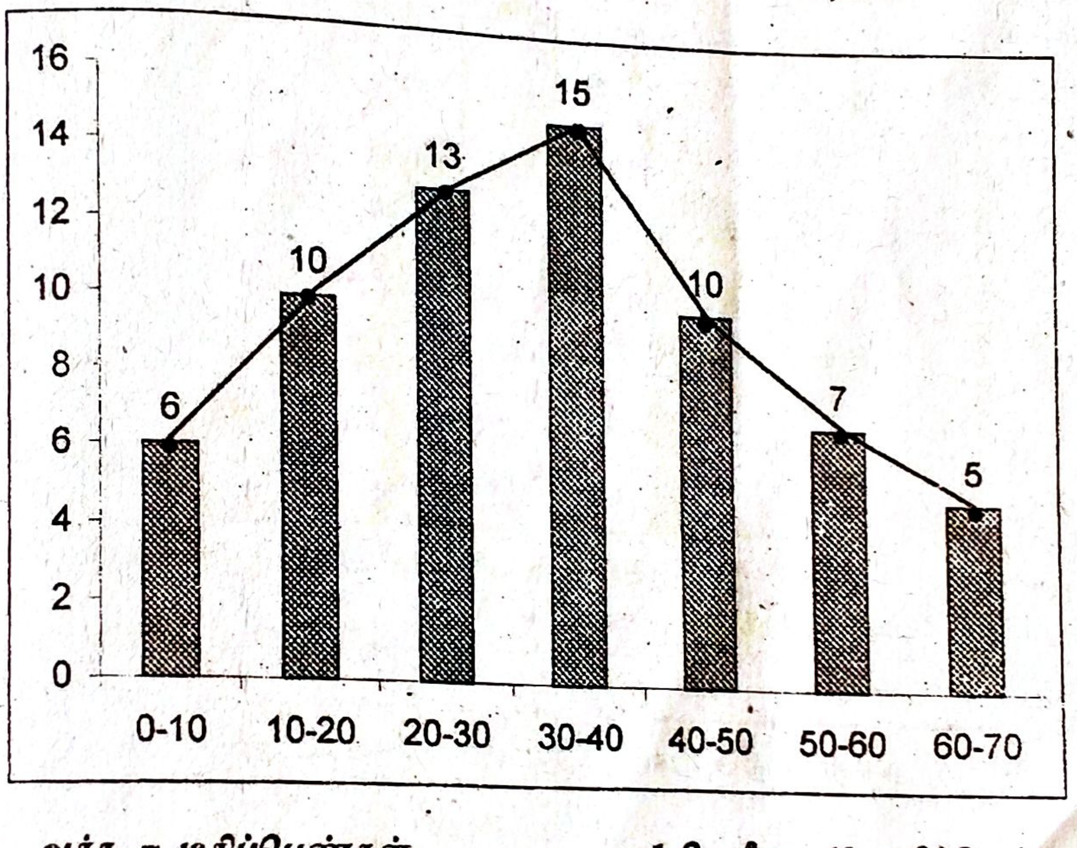
1 செ.மீ = 10 மதிப்பெண்கள்

Y அச்சில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறிக்கப்படுகிறது.

1 செ.மீ = 2 மாணவர்கள்



மாணவர்களின் மதிப்பெண்களைக் காட்டும் நிகழ்வெண் பலகோணத்துடன் கூடிய ஹிஸ்டோக்ராம்



X அச்சு = மதிப்பெண்கள் 1 செ.மீ = 10 மதிப்பெண்கள்
Y அச்சு = மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 1 செ.மீ = 2 மாணவர்கள்

ஒவ்வொரு வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணின் உயர அளவிற்கு நேர்வான செவ்வகங்கள் வரையப்படுகின்றன. இச்செவ்வெகங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இடைவெளியின்றி வரையப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் அகலம் வகுப்பின் எல்லைக்குச் சமமாக உள்ளது. ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரம் ஒவ்வொரு வகுப்பின் நிகழ்வெண்ணிற்கு சமமாக உள்ளது.

மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	15	20	23	17	8	5	3